PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 11. 1. Juni 1912. Redaktionsschluß für No. 12 am 31. Mai 1912. 13. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

P. Lebedew, Ein Spektrograph für ultrarote Strahlen. S. 465.

J. Elster u. H. Geitel, Der photoelektrische Effekt am Kalium bei sehr geringen Lichtstärken. S. 468.

W. Seitz, Absorption sehr weicher Röntgenstrahlen in Gasen. S. 476.

G. Hoffmann, Über ein hochempfindliches Elektrometer und den hiermit möglichen direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens. S. 480.

O. v. Baeyer, Geschwindigkeitsänderung von β-Strahlen beim Durchdringen von Materie. S. 485.

E. Madelung, Die ponderomotorischen Kräfte zwischen Punktladungen in einem mit diffuser elektromagnetischer Strahlung erfüllten Raume und die molekularen Kräfte. S. 489.

A. Esau, Über die Bestimmung des Spannungsknotens von Luftleitern. S. 495.

G. Zemplén, Über die Theorie der Stoßwellen. S. 498.

M. Laue, Zur Theorie des Michelsonversuches. S. 501.

Ph. Frank, Zur Ableitung der Planckschen Strahlungsformel. S. 506.

A. H. Pfund, Anwendung der Selenzelle in der Photometrie. S. 507.

K. Bergwitz, Über die angebliche Verminderung der Leitfähigkeit ionisierter Luft unter der Einwirkung roten Lichtes. S. 513.

G. Berndt, Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. III. S. 514.

K. Lichtenecker, Zur Bestimmung der Kapazität von Blättchenelektroskopen. S. 516.

E. Marx u. F. Banneitz, Demonstration der Resonanzkurve mit der Braunschen Röhre. S. 518.

W. Steubing, Erwiderung auf Herrn R. W. Woods „Kritische Bemerkungen". S. 520.

W. Krebs, Polarisation des Himmelslichtes. S. 522.

Zusammenfassender Bericht:

O. Hahn, St. Meyer u. E. v. Schweidler, Bericht über die 1. Versammlung der internationalen Radiumstandardkommission in Paris vom 25.—28. März 1912. S. 524.

Besprechungen:

H. Minkowski, Gesammelte Abhandlungen. S. 525.

E. Warburg, Lehrbuch der Experimentalphysik. S. 526.

E. v. Lommel, Lehrbuch der Experimentalphysik. S. 526.

G. Helm, Die Grundlehren der höheren Mathematik. S. 526.

W. A. Roth u. F. Eisenlohr, Refraktometrisches Hilfsbuch. S. 526.

F. W. Lanchester, Aerodynamik. II. S. 527.

J. Perrin, Die Brownsche Bewegung und die wahre Existenz der Moleküle. S. 528.

Personalien. S. 528.

Gesuche. S. 528.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Ein Spektrograph für ultrarote Strahlen.

Von Peter Lebedew †, Moskau.

Im folgenden möchte ich kurz eine spektrographische Anordnung für ultrarote Strahlen beschreiben, welche ich für das Physikalische Institut der Universität Moskau ausführen ließ. Der Apparat ist für Absorptionsmessungen bis $\lambda = 15\ \mu$ bestimmt und besitzt, um Störungen durch diffuses Licht zu beseitigen, doppelte spektrale Zerlegung. Die Anordnung ist aus Fig. 1 (Horizontalprojektion) ersichtlich:

Auf einem breiten eisernen Balken ist eine Führung angebracht, auf welcher sich ein versilberter Hohlspiegel S verschieben kann und das Bild des Nernststiftes N auf den breiten Spalt K entwirft, welcher sich im Brennpunkte des Spiegels S_1 befindet ($f = 50$ cm). Das Parallelstrahlenbündel fällt auf ein Steinsalzprisma P_1 ($\varphi = 30°$), wird von der versilberten Hinterfläche desselben reflektiert, fällt auf den Spiegel S_2 und wird als spektral zerlegtes Lichtband auf den fein regulierbaren Spalt M geworfen. Die aus dem Spalt M kommenden Strahlen fallen auf den Spiegel S_3, gehen durch das Steinsalzprisma P_2, werden von der versilberten Hinterfläche desselben reflektiert und durch den Spiegel S_4 auf die Lötstelle eines Vakuummikroradiometers R vereinigt.

Um die an den Prismen ein- und austretenden Lichtbündel einander möglichst zu nähern, waren die Spiegel S_1, S_2 und S_3, S_4 an den aneinanderstoßenden Kanten geradlinig abgestutzt, wie aus Fig. 2 zu ersehen ist. Alle

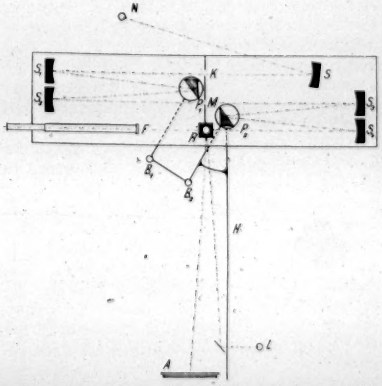


Fig. 1.

optischen Teile waren von einer dicht schließenden Schutzhülle umgeben, damit die Oberflächen der Prismen und das Fenster des Radiomikrometers vor Feuchtigkeit bewahrt blieben.

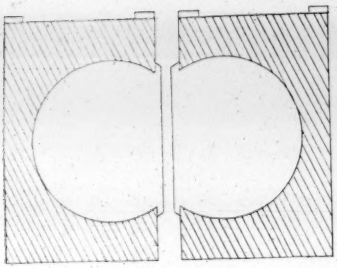


Fig. 2.

Alle aufzunehmenden Spektrogramme sollten bei der gelben Natriumlinie beginnen. Zum Einstellen der Lötstelle des Mikroradiometers auf diese Linie diente das Fernrohr F.

Die Prismen P_1 und P_2 waren auf drehbaren Tischchen mit vertikalen Achsen montiert, deren Drehungen vermittels der Scharniervorrichtung $B_1 B_2$ miteinander verkoppelt waren. Ich übergehe die nähere Beschreibung der Art und Weise, wie die Spiegel montiert waren, sowie auch der Mikrometerspalte, der Achsen und des Radiometergehäuses, und will nur bemerken, daß alle diese Teile mit großer Sorgfalt von dem Mechaniker des Instituts, Herrn A. Akulow, ausgeführt waren.

Der photographischen Platte A (Fig. 1), auf welcher durch das Licht der Glühlampe L die Ablenkungen des Radiometers R registriert würden, mußte eine gleichmäßige Bewegung erteilt und gleichzeitig das Prisma P_2 um einen bestimmten Winkel mit Hilfe des Hebelarmes H gedreht werden. Um das zu bewerkstelligen, diente eine besondere Ölkolbenpumpe, die „Klepsidra", die nach meinen Zeichnungen von der Firma W. Kirchhoff in Moskau ausgeführt war. Die Konstruktion dieser Vorrichtung ist aus Fig. 3 zu ersehen: vermittels des Rades K und des Stahlbandes T wurde der Kolben mit dem Gewicht G in die Höhe gehoben, wobei das zähe Maschinenöl durch die Öffnung Q in den unteren Teil der Pumpe strömte. Das Rad K wurde in der höchsten Stellung des Pumpenkolbens mit Hilfe einer Schraubenbremse festgestellt, worauf die Kassette A mit der photographischen Platte mittels der Schraube V an den beweglichen Teil der Pumpe befestigt wurde. Indem nun die Bremse gelöst wurde, konnte die ganze Vorrichtung, ohne den Apparat zu erschüttern, in Bewegung gesetzt werden. Dank dem Gewicht G begann sich der Kolben zu senken und verdrängte dabei das Öl durch die Öffnung I (in diese Öffnung konnten Köpfe mit verschieden großen Löchern geschraubt werden, so daß der Zeitraum, währenddessen die photographische Platte A um ihre ganze Länge verschoben wurde, innerhalb weiter Grenzen, von wenigen Minuten bis zu einer vollen Stunde, verändert werden konnte). Der sich senkende Kolben zog die Kassette A mit sich fort und drehte gleichzeitig mittels des Keiles E den Hebel H (siehe Fig. 1), dessen Ende an den Keil durch eine Feder D angedrückt wurde.

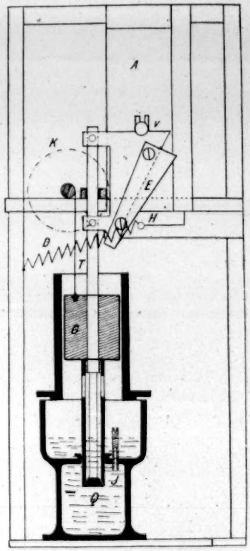


Fig. 3.

Soll bei den Aufnahmen der Absorptionsspektra im Gebiet der langen Wellen die größtmögliche Empfindlichkeit des Radiometers ausgenutzt werden und gleichzeitig allzu große Ausschläge in den hellsten Teilen des Spektrums vermieden werden, so ist es notwendig, bei der Untersuchung der letzteren das auf den Spalt M fallende Licht mit Hilfe eines rotierenden Sektors abzuschwächen. Die Einschaltung dieser Vorrichtung vor den Spalt M sollte automatisch erfolgen, durch Verkoppelung mit der Bewegung von A, nach demselben Prinzip wie die Drehung des Prismas P_2 (dieser Teil des Apparates war noch nicht zur Ausführung gelangt).

Den wesentlichsten Teil des ganzen Apparates bildet ein Vakuummikroradiometer. Ein Boyssches Mikroradiometer im Vakuum hat Herr Rubens be-

reits bei seinen Untersuchungen im äußersten Ultrarot verwendet; im Vakuum hat der Apparat eine viel höhere Empfindlichkeit, erstens, weil die bestrahlte Lötstelle des thermoelektrischen Kreises durch verminderte Abkühlung auf eine höhere Temperatur erwärmt wird, wie ich[1]) es nachgewiesen habe, und zweitens, weil die Bewegung des Rahmens durch Luftreibung nicht gehemmt wird. Das Fehlen der Luftreibung bedingt aber auch einen erheblichen praktischen Nachteil: die kleinsten Erschütterungen des Gebäudes bedingen langanhaltende pendelnde Bewegungen des Rahmens, welche bei der photographisch registrierten Kurve als störende Zacken auftreten und die volle Ausnutzung des Mikrometers nur in erschütterungsfreien Räumen gestatten.

Um die Direktionskraft der Aufhängevorrichtung des Mikrometerrahmens nach Wunsch ändern zu können und die Verschiebung der Nullage zu korrigieren, die durch die unvermeidlichen para- und diamagnetischen Einflüsse auf den aufgehängten thermoelektrischen Kreis hervorgerufen werden, bediente ich mich des von mir schon vor mehreren Jahren ausprobierten Verfahrens der „diamagnetischen Astasierung": an das den thermoelektrischen Kreis tragende Stäbchen, etwas oberhalb des Spiegels, wird eine kleine Wismutnadel geklebt, die sich gegenüber zweien zugespitzten eisernen Polschuhen N und S (Fig. 4) befindet, welche in das Messing-

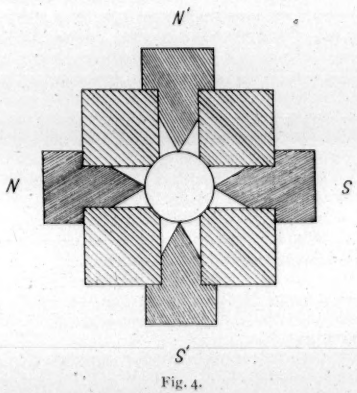


Fig. 4.

gehäuse des Radiometers eingelötet sind. Indem man nun diesen Polschuhen Stahlmagnete nähert, kann man ein solches Magnetfeld erzeugen, daß die Wismutnadel, von den Polschuhen abgestoßen, der Direktionskraft des Quarzfadens merklich entgegenwirkt. Um die Nullage nach Wunsch verändern zu können, waren zwei weitere Polschuhe N' und S' vorhanden, mit deren Hilfe ein ungleichförmiges „Korrektionsfeld" hergestellt werden konnte.

In das gleiche Gehäuse des Mikrometers unterhalb des Spiegels sind schließlich noch zwei große eiserne, flache Polschuhe eingelötet, zwischen denen der thermoelektrische Kreis hängt, während das Magnetfeld durch einen großen Hufeisenmagnet erzeugt wird, den man den Polschuhen nähern und von ihnen entfernen kann.

Die beschriebene Anordnung gestattet, bei vorhergehender Evakuierung durch eine Sprengelpumpe, dem beweglichen Teil des Mikrometers eine beliebige Schwingungsdauer zu verleihen, den Nullpunkt zu korrigieren und schließlich auch für den Thermokreis eine solche Intensität des Magnetfeldes ausfindig zu machen, bei welcher das ganze System fast aperiodisch schwingt.

Die erste Arbeit mit diesem Apparat auszuführen (Bestimmung der Absorptionsspektren von Flüssigkeiten und ihren Dämpfen in Zusammenhang mit dem Angströmschen Gesetz) schlug ich Herrn K. P. Jakowlew vor, der viel Zeit und Mühe verwandt hat auf die Ausführung einiger Details dieses Apparates sowie auf seine Ingangsetzung. Herr Jakowlew hat auch sehr leichte thermoelektrische Kreise aus Silber- und Konstantandraht von 0,025 mm Dicke verfertigt, sowie ein eigenes Verfahren ausgearbeitet, um diese Drähte mit ihren Stirnflächen gegeneinander zu löten.

Leider hat sich die Vorbereitung des Apparates zu den Messungen sehr hingezogen, da seiner Benutzung eine große technische Schwierigkeit entgegentrat: die schon oben erwähnte große Empfindlichkeit des Vakuumradiomikrometers gegen Erschütterungen. Auf meinen Vorschlag versuchte Herr Jakowlew diesem Übelstand dadurch abzuhelfen, daß er unter den Kopf, an dem der Thermokreis aufgehängt ist, eine Schicht Watte legte, sowie letzteren auch an eine besonders konstruierte, kurze dreifache federnde Aufhängevorrichtung befestigte. Aber die Bemühungen in dieser Richtung haben bisher zu keinem befriedigenden Resultat geführt, und die volle Empfindlichkeit des Apparates kann nur in erschütterungsfreien Räumen ausgenutzt werden.

Gegenwärtig ist das physikalische Laboratorium für wissenschaftliche Forschung an der Universität Moskau geschlossen. Dieser Umstand ist es, der mich bewogen hat, die oben gegebene Beschreibung des Spektrographen zu

1) P. Lebedew, Ann. d. Phys. **9**, 209, 1902.

veröffentlichen, trotzdem derselbe in einigen Details noch nicht völlig ausgearbeitet ist.

Anmerkung. Nachdem Prof. Lebedew im März 1911 aus der Universität geschieden war, konzentrierte sich seine wissenschaftliche Tätigkeit in dem neugegründeten physikalischen Laboratorium der Moskauer städtischen Universität (Schanjawsky-Stiftung) bis zu seinem am 14. März d. J. erfolgten Tode. Hier ließ Prof. Lebedew einen neuen Apparat des oben beschriebenen Typus bauen, mit gewissen Abänderungen in der Konstruktion, die gegenwärtig geprüft werden und über die seinerzeit berichtet werden soll. Dieser Apparat wurde im Januar 1912 auf dem II. Mendelejeffschen Kongreß in St. Petersburg demonstriert. Prof. Lebedew legte der genauen Kenntnis der ultraroten Spektren große Bedeutung bei, sowohl für Fragen betreffend den Bau chemisch zusammengesetzter Moleküle, als auch für das Studium der Aggregatzustände, und beabsichtigte daher die Untersuchung dieses Gebietes in möglichst vollständiger und systematischer Weise durchzuführen. Um seine umfassenden Ziele zu erreichen, schien es ihm vor allem notwendig, bequeme und genaue Methoden zur automatischen Registrierung der Absorptionsspektren auszuarbeiten. Der beschriebene Spektrograph ist daher als der erste Schritt des festgesetzten Programmes zu betrachten.

Vom vorliegenden Aufsatz fand sich nur der Anfang in deutscher Sprache bearbeitet im Nachlaß des Verfassers vor. Das übrige ist aus der russischen Publikation über diesen Gegenstand (Journ. russ. phys.-chem. Ges. **43**, 125, 1911) herübergenommen und von Herrn W. Esmarch ins Deutsche übersetzt worden.

A. R. Colley.

(Eingegangen 24. April 1912.)

Der photoelektrische Effekt am Kalium bei sehr geringen Lichtstärken.

Von J. Elster und H. Geitel.

In einer früheren Mitteilung haben wir gezeigt, daß die photoelektrische Emission negativer Elektronen von metallischem Kalium über die Grenze des sichtbaren Spektrums hinaus noch im Ultrarot besteht, einen scharfen unteren Grenzwert für die Schwingungszahl des erregenden Lichtes konnten wir nicht feststellen[1]).

Im folgenden berichten wir über Untersuchungen verwandter Art, die den Zweck hatten, die kleinste Intensität sichtbaren Lichtes zu ermitteln, die zur Erregung noch meßbarer Elektronenstrahlen an Kaliumoberflächen erforderlich ist. Herr J. Stark hatte die Freundlichkeit gehabt, uns den Versuch einer quantitativen Bestimmung dieser Größe gelegentlich einer brieflichen Korrespondenz besonders zu empfehlen.

Das nächstliegende und zugleich vollkommenste Verfahren hätte darin bestanden, die geringste noch merklich wirksame Strahlungsenergie homogenen Lichts bekannter Schwingungsdauer zugleich mit der zugehörigen photoelektrisch entwickelten Elektronenzahl zu messen, doch war dieser Weg wegen der Kleinheit der in Betracht kommenden Energiemengen für uns nicht gangbar.

Nun hat aber bekanntlich K. Ångström die Energie der sichtbaren Strahlung der Amylazetatlampe von Hefner-Alteneck bestimmt und zwar sowohl hinsichtlich ihrer Gesamtmenge wie auch nach ihrer Verteilung im Spektrum[1]).

Ångström definiert eine Größe L_λ als diejenige Energiesumme, die von der Gesamtheit aller Strahlen jener Lichtquelle von unendlich kleiner Wellenlänge an gerechnet bis zur Länge λ auf die Flächeneinheit (1 qcm) im horizontalen Abstande von 1 m in der Sekunde übertragen wird. Denken wir uns in der Strahlung der Hefnerkerze alle Wellenlängen größer als λ ausgelöscht, so ist L_λ der verbleibende Rest von Strahlungsenergie. Ångström gibt die Zahlenwerte von L_λ (gemessen in Grammkalorien) an vom äußersten Rot ($\lambda = 760\ \mu\mu$) bis zum Blaugrün ($\lambda = 500\ \mu\mu$), weiter hinaus gegen die kürzeren Wellenlängen hin werden die Beträge zu klein, um meßbar zu bleiben. Bemerkenswert ist die gute Übereinstimmung seiner Messungen mit der Planck-Wienschen Formel für die schwarze Strahlung; die Konstanten einer aus dieser für L_λ abgeleiteten Formel sind durch ein Ausgleichsverfahren aus den Beobachtungen bestimmt, dadurch ist L_λ als Funktion von λ berechnet[2]). Es wird hiernach erlaubt sein, die Ångströmschen Resultate noch auf kleinere λ über 500 $\mu\mu$ hinaus zu extrapolieren.

Kennen wir somit die von beliebigen Spektralbereichen der Hefnerlampe gegen die Flächeneinheit im Abstande von 1 m sekundlich eingestrahlten Energiemengen, so ist es möglich, durch eine in meßbarer Weise ausgeführte Ab-

1) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **12**, 758, 1911.

1) K. Angström, Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal., Ser. III, 15. Mai 1903.

2) Die betreffende Formel lautet:

$$L_\lambda = c_1 e^{-\frac{c}{\lambda}} \left\{ \left(\frac{c}{\lambda}\right)^3 + 3\left(\frac{c}{\lambda}\right)^2 + 6\frac{c}{\lambda} + 6 \right\}.$$

Hierin ist $c_1 = 0{,}016$, $c = 7{,}85$. λ ist die den Spektralbereich begrenzende Wellenlänge, gemessen in Tausendstel Millimetern.

schwächung der Strahlung zu beliebig kleinen noch angebbaren Energiebeträgen hinunterzugehen. Nur ist zuvor die Frage zu erledigen, welcher Grenzbetrag von λ für die an Kalium noch photoelektrisch wirksamen Wellenlängen angenommen werden soll.

Nun würde es zu ganz unrichtigen Vorstellungen führen, wollte man in Rücksicht auf die eben noch nachweisbare photoelektrische Erregung des Kaliums durch Ultrarot die Grenze von λ etwa in diesen Spektralbereich verlegen. Der Photoeffekt ist hier bei gleicher zugestrahlter Energie von einer viel tieferen Größenordnung als im Blau. So wichtig es nun sein würde, die Minimalgrenze der noch wirksamen Energie für die verschiedenen Spektralgebiete einzeln festzustellen, so haben wir, wie bemerkt, davon noch Abstand nehmen müssen und uns auf die angenäherte Bestimmung eines absoluten Minimums beschränkt, das aller Wahrscheinlichkeit nach in dem Wellenlängenbereiche liegen wird, wo die Strahlung der Amylazetatlampe an sich am kräftigsten an Kaliumflächen photoelektrisch wirksam ist.

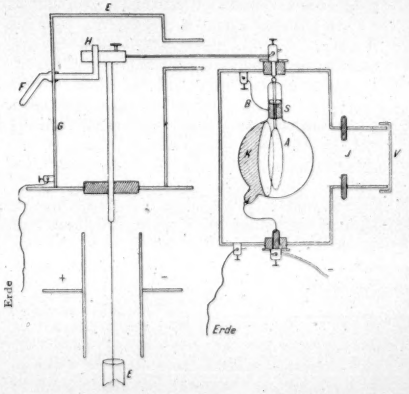
Wir haben uns für die Grenze $\lambda = 550\,\mu\mu$ entschieden. Für diese ist zwar sowohl der normale wie der selektive Photoeffekt am Kalium noch klein[1]), steigt aber nach kürzeren Wellenlängen schnell an, so daß der selektive bei $\lambda = 440\,\mu\mu$ mehr als das 30fache des für $\lambda = 550\,\mu\mu$ geltenden Anfangsbetrages erreicht. Experimentell zeigt man leicht, daß für alle Wellenlängen größer als $550\,\mu\mu$ insgesamt der Photoeffekt am Kalium gegenüber der Gesamtstrahlung der Amylazetatlampe nur 25% beträgt. Man mißt zunächst den Photostrom, der durch die freie Lampe erzeugt wird und schaltet dann eine kaltgesättigte Kaliumbichromatlösung von 12 mm Dicke als Strahlenfilter vor, die das blaue Ende des Spektrums bis gegen $550\,\mu\mu$ abschneidet und zugleich den Photostrom auf den 4. Teil erniedrigt.

Wir werden daher die an Kalium wirksame Strahlung der Hefnerlampe ihrem Energiebetrage nach nicht wesentlich zu niedrig einschätzen, wenn wir dafür aus der Ångströmschen Tafel den Wert $L_{550} = 1{,}17 \cdot 10^{-8}$ Grammkalorien für 1 m Abstand, die Sekunde und das qcm entnehmen. Beachten wir ferner, daß die Formel für L_λ mit den von Ångström berechneten Konstanten $L_{550} = 0{,}97 \cdot 10^{-8}$ Grammkalorien ergeben würde, so dürfte es zulässig und zugleich bequem sein, als Mittelwert 10^{-8} Grammkalorien oder etwa 0,42 Erg anzunehmen (eine Grammkalorie zu $4{,}2 \cdot 10^7$ Erg gerechnet).

1) R. Pohl und P. Pringsheim, Verh. der Deutschen Physik. Ges. **12**, 357, 1910.

Bevor wir nun die Methoden darstellen, mittels derer wir diesen an dem photoelektrischen Vorgange in den Kaliumzellen besonders beteiligten Anteil der Strahlungsenergie in meßbarer Weise abschwächten, wollen wir den zu den photoelektrischen Bestimmungen selbst dienenden Teil der Versuchsanordnung beschreiben.

Die in bekannter Weise durch den Glimmstrom in Wasserstoffatmosphäre empfindlich gemachte[1]) und dann mit verdünntem Argon gefüllte Kaliumzelle aus Uviolglas war in eine lichtdichte Metallkapsel eingeschlossen. Die Kaliumfläche K stand mit dem negativen Pole einer Batterie kleiner Akkumulatoren in Verbindung, die Spannung konnte durch Zuschaltung von Elementen bis in die Nähe von



170 Volt gesteigert werden, bei diesem Betrage trat die leuchtende Entladung durch die unbelichtete Zelle ein. Zwischen Batterie und Zelle lag dauernd ein Drahtwiderstand von 3000 Ω. Der Anodendraht A bestand aus Platin und bildete in der Zelle einen Ring von 2 cm Öffnung; um den Seitentubus, in den er eingeschmolzen war, legten wir einen Schutzring S aus Stanniol, der durch ein Kupferband B mit der Kapsel und dadurch mit der Erde verbunden blieb. Von A führte eine kurze Drahtverbindung zu dem Einfadenelektrometer EE. Bei J stand der Zelle eine von außen verstellbare Irisblende gegenüber, V ist eine Verschlußkappe, die nur während der Versuche abgenommen wurde. Alle Drahtverbindungen in das Innere der Kapsel führten durch Bernsteinstopfen, innen waren diese mit Pizein überzogen,

1) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. 11, 257, 1910; **12**, 609, 1911.

um das Eindringen von Licht zu verhindern. Die Luft in der Kapsel wurde durch Natrium trocken gehalten.

Der Faden des Elektrometers stand, solange nicht beobachtet wurde, mittels des Kontaktes H in Verbindung mit der auf das geerdete Gehäuse aufgesetzten metallischen Schutzglocke G. Durch einen leichten Druck mit dem Finger bei F konnte dieser Kontakt von außen unterbrochen und wiederhergestellt werden. Zur Beleuchtung der Skala des Ablesemikroskops diente eine kleine Glühlampe aus rotem Glase, sie brannte in einem Metallrohre, das das Licht nur in der Richtung des Beleuchtungsfensters austreten ließ, durch Schirme von schwarzem Papier und durch Umwickeln mit schwarzen Tüchern hielten wir alle Reflexe von dem völlig verdunkelten Zimmer fern. Die Empfindlichkeit des Elektrometers wurde in der Regel zu 0,1 bis 0,03 Volt für den Skalenteil bemessen, zur Kontrolle diente ein Normal-Clark-Element.

Als Maß des Photoeffekts benutzten wir den reziproken Wert der Zeit in Sekunden gemessen, die der Elektrometerfaden bedurfte, um ein bestimmtes Intervall der Skala — etwa 1 Volt entsprechend — zu durchlaufen. Um die hierbei durch die Zelle gegangene Elektrizitätsmenge angeben zu können, mußten wir die Kapazität des Elektrometers mit Einschluß der Anode der Zelle und der Zuleitungen kennen, diese ergab sich mittels des Harmsschen Kondensators zu 18,9 cm.

War die Zelle völlig gegen Licht geschützt und auch nicht etwa kurz zuvor einer hellen Beleuchtung ausgesetzt gewesen, so zeigte sich auch bei der höchstzulässigen an die Kaliumfläche gelegten Spannung nur eine unbedeutende Bewegung des Elektrometerfadens nach Aufhebung des Erdkontaktes H. Dieser Dunkeleffekt, der in 5—10′ in der Regel noch nicht die Höhe von 1 Volt erreichte und der möglicherweise auf der vom Licht unabhängigen Elektronenemission des Kaliums beruht, wurde bei jeder Versuchsreihe besonders bestimmt und in Abrechnung gebracht. Wir haben auch wohl, um diese etwas schwankende Korrektion sicherer meßbar und gleichförmiger zu machen, dem Elektrometer eine gewisse willkürliche positive Ladung erteilt und die Zeit bestimmt, in der diese unter dem Einflusse des Lichtes, wie auch im Dunkeln um einen und denselben Betrag abnahm. In diesem Falle ist der Dunkeleffekt wesentlich größer, da die Verluste durch Elektrizitätszerstreuung und durch Isolationsfehler (Glasleitung) stärker darin eingehen, aus diesem Grunde ist aber die Korrektion leichter zu messen.

Ist eine Zelle einer kräftigen Beleuchtung ausgesetzt gewesen, so gibt sie unmittelbar darauf auch im Dunkeln einen merklichen, wenn auch schwachen Effekt, der sich wie eine schnell abklingende Nachwirkung des Lichtes verhält, wir möchten ihn (1′ nach Abschluß des Lichtes) auf etwa das 10^{-7}fache des eigentlichen Belichtungsstromes schätzen. Eine Phosphoreszenz des Glases der Zelle, an die wir zuerst dachten, scheint nicht die Ursache zu sein. Die Erscheinung wird durch ein magnetisches Querfeld hemmend beeinflußt, hängt also mit einer Elektrizitätsbewegung im Gasinhalt der Zelle zusammen; es scheinen Ladungsvorgänge daran beteiligt zu sein, bei denen die Glaswand der Zelle wie das Dielektrikum eines Kondensators wirkt. Durch dauernden Abschluß stärkeren Lichts sowie durch längere Dunkelpausen läßt sich diese Störung, die einer besonderen Untersuchung bedarf, durchaus unschädlich machen.

Bei empfindlicher Einstellung des Elektrometers und einer Belastung der Zelle mit 160 Volt reagiert die beschriebene Einrichtung auf die geringsten Lichtreize. Der Beobachtungsraum mußte vollständig dunkel gehalten werden, am Tage erwiesen sich die Fensterabschlüsse aus schwarzem Filz als ganz unzureichend, die Messungen wurden daher erst nach Eintritt der Dunkelheit vorgenommen. Da der Abstand der Amyllampe von der Zelle bis auf fast 10 m gebracht werden konnte, war eine Beleuchtungsstärke von nahe $\frac{1}{100}$ M.K. direkt erreichbar. Der Photoeffekt dieser Lichtintensität war aber, wie zu erwarten, noch viel zu groß, um meßbar zu sein; der Elektrometerfaden wurde bei Öffnung der Verschlußkappe V momentan über die Skala hinausgeworfen.

Um nun zu wesentlich tieferen, noch definierten Intensitäten zu kommen, haben wir mehrere Methoden versucht. So stellten wir uns zuerst ein kleines Leuchtgasflämmchen her, indem wir eine aus einer Metallkapillare brennende Flamme so weit verkleinerten, als es ohne Gefahr des Erlöschens möglich war. Es blieb ein bläuliches Flämmchen in Form einer Halbkugel von etwa 2 mm Radius übrig, dessen photoelektrisch wirksame Strahlung wir mit der der Amyllampe verglichen. Zu diesem Zweck stellten wir das Elektrometer auf geringe Empfindlichkeit (1 Clark = 1,43 Volt = 2,1 Skt.) ein und belasteten die Zelle mit nur 80 Volt.

Unter diesen Umständen gab die Amyllampe in 313 cm Abstand von der Zelle eine Aufladung des Elektrometers von 50 Skt. in 10,1″. (Mittelwert aus 3 Ablesungen.) Wurde nun

die Normallampe entfernt und statt ihrer das Vergleichsflämmchen in den zehnten Teil des vorigen Abstandes gebracht, so erfolgte die gleiche Aufladung von 50 Skt. in 64,7″ im Mittel. Hiernach hatte das Vergleichsflämmchen — hinsichtlich der an Kalium wirksamen Strahlung — eine Intensität von $\frac{1}{100} \cdot \frac{10{,}1}{64{,}7} = 1{,}56 \cdot 10^{-3}$ M.K. Rückten wir es nun in 9,20 m Abstand von der Zelle, so betrug die Beleuchtungsintensität nur noch $1{,}84 \cdot 10^{-5}$ M.-K.

Der photoelektrische Effekt bestand aber noch in voller Deutlichkeit, sobald wir die erhöhte Empfindlichkeit des Elektrometers und die Maximalbelastung der Zelle wiederherstellten. War die Verschlußkappe V der die Zelle einschließenden Kapsel aufgesetzt oder bei freier Öffnung das Flämmchen durch einen schwarzen Schirm verdeckt, so betrug die Aufladezeit für 5 Skt. 200″ (Dunkeleffekt), sank aber auf 100″ herab, sobald das dem Auge nur noch äußerst schwach erscheinende Licht die Kaliumzelle traf.

Aus der Empfindlichkeit des Elektrometers (5 Skt. entsprachen 0,204 Volt) und der schon angegebenen Kapazität zusammen mit der Aufladungszeit ergibt sich die Intensität des Dunkeleffekts zu $2{,}1 \cdot 10^{-14}$ Amp. Da bei Mitwirkung des Lichts sich dieser Strom verdoppelt, so ist für den reinen Photoeffekt, der durch $1{,}84 \cdot 10^{-5}$ M.K. hervorgerufen wird, derselbe Betrag zu rechnen. Nehmen wir nun an, daß im Spektrum der blau leuchtenden Gasflamme von der Wellenlänge 550 $\mu\mu$ an bis zum Ultraviolett dieselbe Energieverteilung bestehe wie in dem der Amyllampe (was offenbar wegen der selektiven Strahlung der ersteren Flamme nicht genau zutrifft), so würde im vorliegenden Falle eine Energiemenge von $0{,}42 \cdot 1{,}84 \cdot 10^{-5} = 7{,}7 \cdot 10^{-6}$ Erg pro cm² einen Photostrom von $2{,}1 \cdot 10^{-14}$ Amp. erregt haben. Da der Effekt noch mit voller Deutlichkeit nachweisbar und quantitativ zu messen ist, sind wir mit dieser Angabe sicher von dem unteren Grenzwerte der Empfindlichkeit dieser Methode beträchtlich fern.

Weil eine weitere Abschwächung der Hilfsflamme durch Verminderung der Gaszufuhr nicht ausführbar war, außerdem ihre selektive Strahlung eine Abschätzung der wirksamen Energie auf Grund der Ångströmschen Zahlen unsicher machte, versuchten wir direkt durch Abblenden der in großer Entfernung aufgestellten Hefnerlampe zu kleineren noch definierten Lichtmengen zu gelangen. Wir bohrten zu diesem Zwecke mit einer feinen Nadel ein Loch in einen Schirm aus dünnem Kupferblech. Mittels einer Schraubenlehre wurde die Dicke der Nadel, die sich mit einiger Reibung in der durch sie gebildeten Öffnung verschieben ließ, ausgemessen und dadurch auch der Flächeninhalt des Loches zu 0,038 mm² bestimmt. Der Schirm mit der feinen Öffnung wurde nun unmittelbar vor die Amyllampe gesetzt, die in 9,2 m Abstand von der Zelle aufgestellt war, und zwar so, daß das Licht von dem hellsten Teile des Mantels der Flamme hindurchging. Man sah in der genannten Entfernung einen gelbroten Stern, die Wirkung auf das Auge war natürlich viel stärker, als bei der blau leuchtenden Leuchtgasflamme. Der Photoeffekt, in derselben Weise wie oben aus dem Elektrometerausschlage und der dazu erforderlichen Zeit berechnet, ergab sich zu $6{,}7 \cdot 10^{-14}$ Amp. Um nun die durch die Öffnung austretende Lichtmenge auszuwerten, zeichneten wir das Bild der Amylflamme in natürlicher Größe auf Millimeterpapier auf. Die Gesamtfläche der Zeichnung betrug rund 300 mm². Würde man die Flamme als überall von gleicher Leuchtkraft voraussetzen dürfen, so käme auf die durch das Loch gehende Lichtmenge in dem Abstande von 1 m der Betrag von $\frac{0{,}038}{300}$ M.K. Nun ist aber der innere Teil der Flamme, der die Form eines Kegels hat, dessen Basis die Brennermündung bildet, erheblich dunkler als der äußere Mantel. Die Fläche dieses schwächer leuchtenden Kegels betrug in der Zeichnung 50 mm². Durch eine aus Kupferblech geschnittene Schablone von dieser Größe und Form ließ sich der helle Mantel abblenden. Mittels einer zweiten, in $^1/_2$ m Entfernung von der Hefnerlampe aufgestellten Kaliumzelle bestimmten wir nun direkt durch galvanometrische Vergleichung der bei freier und teilweise verdeckter Flamme erregten Photoströme, welchen Anteil jener lichtschwächere Kegel an der Gesamtstrahlung der Hefnerlampe hatte, er ergab sich als $^1/_{16}$ davon. Setzen wir nun die Strahlung des helleren Flammenmantels (von 250 mm²) als gleichförmig voraus, so findet man die durch eine Öffnung von 1 mm² fallende Lichtmenge in N.K. ausgedrückt als $\frac{15}{16 \cdot 250} = \frac{15}{4000}$ N.K., für das Loch von 0,038 mm² ergibt sich demnach in der Entfernung von 9,2 m: $\frac{15}{4000} \cdot \frac{0{,}038}{(9{,}2)^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ M.K.

Man kann eine Kontrolle dieses Ergebnisses ausführen, indem man wiederum für einen kleineren Abstand der Amyllampe von der Kaliumzelle die Photoströme mißt, die durch die unbedeckte Flamme und den durch die Öffnung von 0,038 mm² gehenden Teil des Lichts unter-

halten werden. Für die freie Lampe wird diese Bestimmung galvanometrisch gemacht. Da die Öffnung nur eine winzige Lichtmenge durchläßt, muß die zweite Messung elektrometrisch in der angegebenen Weise mittels der Aufladezeiten ausgeführt werden. Das Verhältnis der Photoströme, also auch der ihnen proportionalen Lichtmengen auf gleiche Entfernungen reduziert, fand sich zu $4 \cdot 10^{-4}$. Hieraus folgt für den Abstand von 9,2 m rund $4{,}7 \cdot 10^{-6}$ M.K. als Beleuchtungseffekt für die sternartige Lichtquelle. Die Zahl ist fast dreimal so groß, wie die aus der geometrischen Vergleichung der strahlenden Flächen gefundene, immerhin aber von derselben Größenordnung. Die Ursache der Abweichung wird in der auch im helleren Teile der Flamme noch ungleichförmigen Lichtverteilung liegen. Ein Durchschnittswert von $3 \cdot 10^{-6}$ M.K. dürfte als Grundlage unserer Schätzung annehmbar sein. Hiernach würde einer pro Sekunde und cm² zugeführten Energiemenge von $1{,}3 \cdot 10^{-6}$ Erg ein Photostrom von $6{,}7 \cdot 10^{-14}$ Amp. entsprochen haben. Auch mit der so erzielten Lichtintensität ist man noch keineswegs an einer Art von unterer Grenze der Meßmethode angelangt. Eine weitere Schwächung des Lichts durch Verkleinerung der Öffnung in dem Schirme bringt aber eine größere Unsicherheit in der Bestimmung des Durchmessers mit sich, auch wird bei sehr feinen Bohrungen die Menge des durchgehenden Lichts merklich von der Richtung der Achse des Loches gegen den Empfangsapparat abhängig. Wir haben daher eine weitere Abschwächung des Lichts durch ein Strahlenfilter von Jenenser Blauglas bewirkt. Durch einen Vorversuch an der unverdeckten Hefnerlampe und nachherige Vorschaltung des Blauglases stellten wir an der erwähnten Hilfszelle mittels des Galvanometers fest, daß die Einschaltung des Glases den Photostrom auf den 10. Teil abschwächte. Nimmt man für die, das feine Loch passierende photoelektrisch wirksame Energie dieselbe Schwächung an, so würden wir mittels des Strahlenfilters auf $1{,}3 \cdot 10^{-7}$ Erg für cm² und Sekunde gekommen sein. Es zeigte sich, daß auch jetzt noch ein Photostrom in der Größe von etwa 10^{-15} Amp. bestand, die Messung war aber unsicher, da die Dunkelwirkung natürlich weit stärker als früher störte. Extrapoliert man zur Kontrolle der berechneten Erg-Zahl mittels der obengenannten Formel und der von Ångström für die Hefnerlampe berechneten Konstanten den Wert von L_λ für $\lambda = 480\ \mu\mu$, d. h. für die Grenze des vom Jenenser Blauglase noch gut durchgelassenen Lichtes, so findet man $L_\lambda = 0{,}176 \cdot 10^{-8}$ Grammkalorien oder 0,074 Erg. Diese Zahl gilt für die volle Hefnerkerze in 1 m Abstand, für die feine Öffnung in 9,2 m Entfernung ergibt sich $1{,}3 \cdot 10^{-7}$ Erg, also zufällig genau die oben angegebene Zahl.

Während das Licht der Hefnerkerze durch die Öffnung von 0,038 mm² dem freien Auge in 9,2 m Abstand noch als heller Stern erschien, schwächte die Vorschaltung des Blauglases den Eindruck doch so stark ab, daß man Mühe hatte, selbst bei völlig dunkel adaptiertem Auge das blaue Pünktchen zu erkennen, erst bei peripherischem Sehen trat es deutlicher hervor (Gespenstersehen). Für blaues Licht scheint daher die Empfindlichkeit der *Ka*-Zelle der des Auges kaum nachzustehen.

Die beiden bis jetzt beschriebenen Methoden haben den Mangel, daß sie eine kontinuierliche meßbare Schwächung der erregenden Strahlen bis zur Null herab nicht zulassen. Erreichbar scheint diese Forderung bei Verwendung polarisierten Lichtes.

Ein prinzipielles Bedenken, daß nämlich der Photoeffekt in diesem Falle von der Schwingungsrichtung des Lichtes gegen die belichtete Fläche abhängt, kommt aus Symmetriegründen nicht in Frage, sobald man das Licht, wie es ja in unserer Versuchsanordnung der Fall war, senkrecht gegen die Mitte der lichtempfindlichen Kugelkalotte richtet.

Da es ein Nicol oder eine andere Polarisationsvorrichtung, die die Gesamtstrahlung der Hefnerkerze faßt, nicht gibt, so mußten wir wieder zu einer Hilfslichtquelle greifen, die mit der Hefnerkerze zu vergleichen war. Ein 4-Volt-Glühlämpchen, dessen direkte Strahlung wir zuerst versuchten, erwies sich in dieser Weise als unzureichend, es war unmöglich, vermittels zweier gekreuzter Nicols sein Licht so weit auszulöschen, daß das auf den Analysator gerichtete Auge nicht doch noch einen merklichen Schimmer sah. Teils wird mangelnder Parallelismus des Lichts, teils eine schwache Trübung des Kalkspates die Ursache gewesen sein. Weit bessere Erfolge erzielten wir mit einem Diaphragma aus geöltem Papier von 22 mm Durchmesser, das wir durch das erwähnte auf gleiche Farbe mit der Amyllampe einregulierte Lämpchen aus 30 cm Entfernung von der Rückseite beleuchteten. Durch die gekreuzten Nicols (das eine hatte 25, das andere 30 mm Kantenlänge der Endflächen) hindurch war beim ersten Anblick nichts mehr zu erkennen, erst bei völliger Dunkelanpassung des Auges überzeugte man sich davon, daß ein sehr schwacher Lichtschein den Analysator ausfüllte.

Diese schwache Lichtwirkung konnte, wenn sie überhaupt photoelektrisch merkbar war, durch einen besonderen Versuch zugleich mit dem Dunkeleffekte bestimmt werden.

Es handelte sich nun zunächst darum, das

Licht des Papierdiaphragmas mit dem der Amylazetatlampe zu vergleichen, wenn die Nicols parallel gestellt waren. Da das Diaphragma etwa $2^3/_4$ m von der Zelle entfernt war, es sich also um kleine Beleuchtungsstärken handelte, wurde die Amylazetatlampe in 9,33 m Abstand von der Zelle gerückt und die Aufladungszeit am Elektrometer in bekannter Weise für 1 Volt gemessen. Die Öffnung der Irisblende vor der Zelle war so weit verkleinert, daß die Messung bequem möglich war. Alsdann wurde die Amyllampe gelöscht und in gleicher Weise die Aufladungszeit bestimmt, wenn das Licht von dem Papierdiaphragma durch die parallel eingestellten Nicols die Zelle traf. Die Irisblende mußte in diesem Falle weiter geöffnet werden. Aus dem Abstande der Normalkerze, den Aufladungszeiten und den Flächen der Blendenöffnungen ergab sich die Beleuchtung der Zelle durch das Papierdiaphragma zu $137 \cdot 10^{-4}$ M.K., der zugehörige Photostrom zu $8{,}79 \cdot 10^{-13}$ Amp. Nun wurde — natürlich unter ständigem Ausschluß jedes Nebenlichtes — der Analysatornicol gedreht, bis für das Auge fast völlige Dunkelheit eintrat. Drehte man nun von dieser Lage aus den Analysator nach der einen oder anderen Seite, so zeigte sich sofort der entsprechende Photoeffekt. Indem wir diesen auf beiden Seiten gleich machten, korrigierten wir die Nullstellung des Analysators. Nun ergab sich für diese Lage ($\varphi = 0$) eine Aufladung des Elektrometers von 0,53 Volt in 189″. Für $\varphi = 5^0$ sank die Zeit auf 175″, für $\varphi = 10^0$ auf 129″. Der Dunkeleffekt ist verhältnismäßig groß, da einerseits für $\varphi = 0$ noch jene erwähnte Lichtmenge aus dem Nicol austrat, andererseits hatten wir, um die Korrektion genauer bestimmen zu können, in der oben angegebenen Weise das Elektrometer vor jeder Messung auf etwa + 2,8 Volt aufgeladen. Setzt man für $\varphi = 90^0$ (parallele Nicols) den obengenannten Betrag von $1{,}37 \cdot 10^{-4}$ M.K. ein, so berechnet sich die Lichtstärke für $\varphi = 5^0$ als $1{,}37 \cdot 10^{-4} \sin^2 5^0$ zu $1{,}04 \cdot 10^{-6}$ M.K., oder wenn wir in der Strahlung des Papierdiaphragmas dieselbe Energieverteilung wie in der Hefnerkerze annehmen zu etwa $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ Erg an wirksamer Energie. Entsprechend findet man für $\varphi = 10^0$ die Lichtstärke zu $4{,}14 \cdot 10^{-6}$ M.K. $= 1{,}74 \cdot 10^{-6}$ Erg. Die entsprechenden Photoströme, um den Dunkeleffekt korrigiert, sind $i_5 = 0{,}5 \cdot 10^{-14}$ Amp. und $i_{10} = 2{,}8 \cdot 10^{-14}$ Amp.

Wenn bei diesen äußerst geringen Lichtstärken das Grundgesetz der photoelektrischen Erregung, daß nämlich die Stärke des Photostroms unter sonst gleichen Umständen der Lichtintensität direkt proportional ist[1]), noch richtig wäre, so müßte $i_{10} : i_5 = \sin^2 10^0 : \sin^2 5^0$ oder nahe wie 4 : 1 sein, d. h. es hätte an Stelle von $0{,}5 \cdot 10^{-14}$ für i der Wert $0{,}7 \cdot 10^{-14}$ beobachtet werden müssen. Ebenso würde sich, wenn man von dem bei Parallelstellung der Nicols erhaltenen Photostrome ($i_{90} = 8{,}79 \cdot 10^{-13}$ Amp.) ausgeht, $i_5 = 0{,}7 \cdot 10^{-14}$ und $i_{10} = 2{,}6 \cdot 10^{-14}$ berechnen. Bei der Schwierigkeit so kleine Beträge des Photostroms gegenüber dem schwankenden Charakter des Dunkeleffekts störungsfrei zu messen, möchten wir es nicht wagen, auf die Abweichung von Beobachtung und Rechnung hin den Schluß zu gründen, daß bei sehr kleinen Lichtintensitäten der Photoeffekt etwa schneller als jene abnähme. Jedenfalls verdient der Gegenstand aber weiter verfolgt zu werden.

Erwähnen wollen wir noch, daß wir als eine schwache konstante Lichtquelle auch eine kreisförmige Scheibe von 11 mm Durchmesser aus Zinksulfid mit einem kleinen Zusatz von Radiumbromid, durch die sie selbstleuchtend war, versuchten[1]). Auch hier konnte die photoelektrische Wirkung des aus 50 cm Entfernung von ihr ausgesandten Lichts zunächst noch mit der der Amylazetatlampe in 9,3 m Abstand verglichen werden. Das Präparat war, um Störungen durch entweichende Emanation auszuschließen, in Glas eingeschmolzen, die Korrektion des Effekts in bezug auf die β-Strahlung des Radiumbromids konnte durch Vorschalten eines schwarzen Papierschirms gefunden werden. Wurde nach Auslöschung der Amyllampe das Präparat an ihre Stelle (9,3 m Abstand) gesetzt, so war ein geringer photoelektrischer Effekt von der Größenordnung 10^{-15} Amp. vielleicht noch merkbar. Es würde in diesem Falle keinen Sinn haben, die erregende Energie auf die Ångströmschen Messungen zu beziehen, da ihre Verteilung auf die Wellenlängen im Spektrum des Phosphoreszenzlichtes natürlich eine ganz andere ist, wie bei der Amylazetatlampe.

Wir haben schließlich noch eine Methode angewandt, die erregende Lichtintensität abzuschwächen, die in bezug auf die physiologische Wirkung ohne weiteres brauchbar ist, nämlich die Schwächung durch Intermittenz. Vor einer nahe punktförmigen Lichtquelle, dem Kohlenfaden der genannten 4-Volt-Glühlampe, wurden zwei Kreisscheiben aus Metallblech mit radialem Einschnitt gegeneinander drehbar auf gemeinsamer Achse befestigt, so daß ein freier Sektor von beliebiger Winkelöffnung hergestellt werden konnte.

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **48**, 625, 1893.

1) Durch Herrn F. Giesel uns freundlichst hergestellt.

Läßt man die Doppelscheibe rotieren, so nimmt das Auge von einer gewissen Drehungsgeschwindigkeit an einen leuchtenden Punkt wahr, dessen Intensität der $n$te Teil der ursprünglichen ist, wenn der freie Sektor $\frac{1}{n}$ der Kreisfläche einnimmt. Der Photoeffekt, gemessen am Einfadenelektrometer durch die reziproke Länge der Aufladungszeit, entspricht durchaus dem physiologischen Eindrucke. Nimmt der Sektor $^1/_4$, $^1/_6$, $^1/_{10}$ usw. der vollen Scheibe ein, so beobachtet man genau den proportional verminderten Photostrom. Die Ursache der ruhigen Einstellung des Fadens liegt bei der kleinen Kapazität des aufzuladenden Systems wesentlich in der starken Luftdämpfung, die der Faden erleidet.

Natürlich darf man nicht vergessen, daß eine absolute Verminderung für die erregende Lichtintensität selbst nicht eintritt, sondern nur für die Lichtsumme, die in der Zeiteinheit die Zelle trifft. Immerhin war es von Interesse, auch auf diesem Wege die Minimalgröße der in der Sekunde einfallenden Lichtsumme zu bestimmen, die sich noch merklich photoelektrisch wirksam erwies.

Die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe war nicht sehr groß, sie konnte durch einen Elektromotor bis zu 8 Umdrehungen in der Sekunde getrieben werden. Diese Zahl wurde mittels einer Stimmgabel von 128 Schwingungen kontrolliert. Mit der Achse des Motors wurde ein Quecksilberkontakt verbunden, der bei jeder Umdrehung einen Strom herstellte und unterbrach, dieser floß durch die Primärspule eines kleinen Induktors. Die Nebenspirale war einerseits mit einer mit Metall hinterlegten berußten Papierfläche, andererseits mit der mit Schreibspitze versehenen Stimmgabel verbunden. Aus dem Abstande der Funkenmarken in der aufgezeichneten Sinuskurve und der Schwingungszahl der Stimmgabel wurde in bekannter Weise die Drehungsgeschwindigkeit bestimmt. In den mittels des Elektromotors erreichbaren Grenzen erwies sich die Aufladungszeit des Elektrometers bei gleicher Breite des Sektors von der Tourenzahl unabhängig.

Wir stellten nun den Sektor so schmal ein, als es möglich war, ohne das Licht ganz abzuschließen (etwa auf $^1/_2{}^0$) und bestimmten bei kleinem Abstande der Glühlampe von der Zelle auf photoelektrischem Wege die Schwächung des Lichts.

Die Glühlampe wurde dann ihrerseits mit der Hefnerkerze verglichen. So ergab sich bei rotierender Scheibe die hindurchdringende Lichtsumme zu $1{,}64 \cdot 10^{-4}$ M.K.

Nun wurde die ganze Vorrichtung in die Entfernung von 9,2 m von der Zelle gebracht, wodurch die mittlere Beleuchtungsstärke auf $1{,}94 \cdot 10^{-6}$ M.K. oder rund gerechnet $8 \cdot 10^{-7}$ Erg (photoelektrisch wirksamer Energie) heruntersank. Der zugehörige Photostrom war nicht gerade konstant, er betrug im Mittel $2{,}3 \cdot 10^{-14}$ Amp., schwankte aber bis zu 23 Proz. des Mittelwertes.

Diese letzte Methode ist, wie bemerkt, mit den übrigen nicht in gleicher Weise zu beurteilen; statt einer kontinuierlichen Beleuchtung erfolgten in den Abständen von je $^1/_8{}''$ einzelne Lichtblitze, deren Intensität etwa 720mal (da der Sektor $^1/_2{}^0$ faßte) so groß wie die berechnete mittlere Intensität war. Die Dauer jedes einzelnen Blitzes muß, soweit unsere Erfahrungen über eine etwaige Trägheit des Photoeffekts reichen, bei weitem ausreichend gewesen sein, um ihn vollständig zustande kommen zu lassen.

Die Ergebnisse der vier Messungsmethoden mögen noch einmal nebeneinander gestellt werden.

Methode	Kleinste erreichte Energie des erregenden Lichtes in Erg/sec. cm²	Intensität des Photostroms in der Kaliumzelle in Ampere
1. Hilfsflämmchen in 9,3 m Abstand	$7{,}7 \cdot 10^{-6}$	$2{,}1 \cdot 10^{-14}$
2. Amylazetatlampe in 9,3 m Abstand. Loch von 0,034 mm Öffnung	$1{,}3 \cdot 10^{-6}$ (Ohne Lichtfilter)	$6{,}7 \cdot 10^{-14}$
	$1{,}3 \cdot 10^{-7}$ (Filter aus Jenenser Blauglas)	Noch eben merklicher Effekt von der Ordnung 10^{-15}
3. Polarisiertes Licht. Nicols um 5° von der Dunkelstellung	$4{,}3 \cdot 10^{-7}$	$5 \cdot 10^{-15}$
4. Intermittierendes Licht	$8 \cdot 10^{-7}$ (Mittlere Intensität)	$2{,}3 \cdot 10^{-14}$ (Mittlere Stromintensität)

Bei Methode 1 ist die erregende Energie wahrscheinlich nicht richtig geschätzt, da das blaue Gasflämmchen relativ mehr Blau und Violett ausstrahlt, wie die Hefnerkerze. Methode 4 ist, wie kurz zuvor bemerkt, nicht ohne weitere Untersuchungen über den Photoeffekt in intermittierendem Lichte zum Vergleich heranzuziehen. Die Ergebnisse von Methode 2 und 3 stimmen leidlich überein; natürlich ist zu beachten, daß bei 2 ohne Einschaltung des Lichtfilters die erregende Intensität noch weit von dem meßbaren Minimum entfernt war. Wir entnehmen daher, daß eine Energieeinstrahlung von im Mittel $3 \cdot 10^{-7}$ Erg pro

Sekunde und cm^2 bei blauem Licht an der benutzten Kaliumfläche noch einen merklichen Photoeffekt (gegen $5 \cdot 10^{-15}$ Amp.) hervorrief. Will man die Größenordnung des im Lichte übergehenden Stroms unabhängig von der verwandten Zelle angeben, so muß man beachten, daß die belichtete Kaliumfläche etwa 12 cm^2 betrug; da der Strom der Fläche angenähert proportional ist, so würden der Energie von $3 \cdot 10^{-7}$ Erg für das cm^2 etwa $4 \cdot 10^{-16}$ Amp. Strom entsprechen.

Man könnte nun versuchen noch weiter zu gehen, indem man den Energiebetrag berechnet, der zur Emission eines Elektrons von der Kaliumfläche erfordert wird und zwar zunächst unter der Annahme, daß jene $3 \cdot 10^{-7}$ Erg in jeder Sekunde vollständig und ausschließlich zur Befreiung und Beschleunigung von lichtelektrischen Elektronen verwandt werden.

Würde der gesamte Photostrom durch lichtelektrisch erregte Elektronen übertragen, so berechnet sich die Gesamtzahl der in einer Sekunde erzeugten, indem wir in die Stromintensität $5 \cdot 10^{-15}$ Amp. $= 15 \cdot 10^{-6}$ E.E. mit der Ladung eines Elektrons ($4{,}7 \cdot 10^{-10}$ E.E.) dividieren, zu rund $3 \cdot 10^4$. Daher würde auf ein Elektron der Energiebetrag von $1{,}2 \cdot 10^{-10}$ Erg kommen. (Die Gesamtenergie, die in 1″ auf die 12 cm^2 große Kaliumfläche trifft, ist als $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ Erg gerechnet.)

Eine beträchtliche Unsicherheit dieser wie der vorhergegangenen Schätzungen liegt darin, daß die Grenze $\lambda = 550\ \mu\mu$, die wir für den Hauptanteil des Lichtes der Hefnerlampe am Photoeffekt angenommen haben, willkürlich gesetzt war. Je weiter diese Grenze nach größeren Wellenlängen hinausgeschoben wird, um so höher wird die erregende Energie gerechnet, während der Photoeffekt doch im wesentlichen durch die kürzeren Wellenlängen, deren Energie im Spektrum der Hefnerkerze nur klein ist, bedingt wird. Wir haben, um den Einfluß dieser willkürlichen Festsetzung zu übersehen, die Rechnung auch für die Annahme durchgeführt, daß das erregende Licht vom äußersten Violett nur bis zur Wellenlänge $\lambda = 440\ \mu\mu$ reiche, d. h. bis zu der Stelle, an der der selektive Effekt am Kalium sein Maximum hat. Da die Ångströmschen Messungen nicht bis zu dieser Wellenlänge gehen, mußten wir wieder in der angegebenen Weise extrapolieren. Man findet $L_{440} = 0{,}05 \cdot 10^{-8}$ Grammkalorien oder 0,02 Erg. Unter Zugrundelegung dieser — gegen die wirklichen Verhältnisse sicher zu kleinen — Zahl erniedrigt sich der auf das einzelne Elektron entfallende Energiebetrag auf den 20. Teil, also auf $6 \cdot 10^{-12}$ Erg.

Von der Größenordnung dieser letzten Schätzung ist aber der Energieinhalt eines einzelnen Lichtquantes des sichtbaren Spektralbereiches. Nimmt man nun auf Grund anderer Erfahrungen[1]) an, daß die Energie eines Lichtquants am Kalium nicht mehr wie 3 Elektronen in Freiheit setzen kann, so würde, wenn die letztere Energieschätzung angenommen wird, ein merklicher Bruchteil des schwächsten von uns noch gemessenen Lichtes dazu verbraucht sein, die photoelektrischen Elektronen frei zu machen und ihnen ihre kinetische Energie mitzuteilen. Für den Fall, daß etwa die gesamte einfallende Lichtintensität dazu aufgewandt wäre, würde eine Reflexion an der Kaliumfläche überhaupt nicht mehr eintreten können.

Indessen ist diese Schlußfolgerung unter den gegebenen Versuchsbedingungen nicht erlaubt, wenn sie auch eine Richtung zeigt, in der vielleicht eine experimentelle Prüfung der Lichtquantenhypothese, soweit diese eine quantenweise Absorption des Lichtes annimmt, möglich erscheint. Wir haben nämlich den Einfluß der Gasfüllung unserer Photozelle auf die beobachtete Stromintensität nicht mit eingerechnet. Durch die an die Zelle angelegte Potentialdifferenz werden die lichtelektrischen Elektronen so beschleunigt, daß sie die Gasreste teils direkt, teils durch die an den Wänden entstehende Sekundärstrahlung ionisieren. Hierauf beruht ja eben die erhöhte Empfindlichkeit der Zellen mit Gasfüllung gegenüber denen mit hohem Vakuum. Es ist daher unzulässig, die beobachtete Stromstärke allein den Elektronenladungen zuzuschreiben, die an dem Kalium durch die einstrahlende Energie freigemacht werden.

Wollte man nun, um den Einfluß des Gasinhalts von vornherein auszuschalten, möglichst gasfreie Zellen verwenden, so würde man, wegen ihrer viel kleineren Empfindlichkeit bei weitem nicht zu den tiefen Beträgen der erregenden Lichtintensität hinuntergehen können, wie wir sie mit der Argonzelle erreicht haben.

Wir suchten uns, um ein Urteil über den Anteil der Elektronen von rein photoelektrischem Ursprunge an den beobachteten Strömen zu gewinnen, dadurch zu helfen, daß wir die benutzte Zelle mit anderen verglichen, die, im übrigen möglichst gleichartig gearbeitet, sich durch ihr hohes Vakuum von jener unterschieden. Sie hatten ursprünglich verdünnten Wasserstoff enthalten, da aber dies Gas vom Kalium allmählich absorbiert wird, waren sie in mehreren Monaten so leer geworden, daß sie schon bei Belastung mit 40 Volt und Beleuchtung durch

1) N. Campbell, Proc. Cambr. Soc. **15**, IV, 323, 1909; **15**, VI, 525; vgl. auch J. Stark, Prinzipien der Atomdynamik **2**, 204, 1911, sowie H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1249, 1910.

eine M.K. Sättigungsstrom gaben. Da also eine Erhöhung der Potentialdifferenz, d. h. eine weitere Beschleunigung der Photoelektronen den Strom nicht weiter vermehrte, so übte die Gasfüllung tatsächlich keinen Einfluß mehr aus. Diesen Sättigungsstrom betrachteten wir als allein von den lichtelektrischen Kathodenstrahlen unterhalten.

Indem wir nun ein und dieselbe Lichtstärke bei gleicher Spannung auf die hochempfindliche und auf solche Vergleichszellen wirken ließen, suchten wir festzustellen, in welchem Verhältnisse die Stärke des Photostroms durch die Ionisierung der Gasfüllung gesteigert wird. Diejenigen von den Messungen, die uns das meiste Zutrauen zu verdienen schienen, ergaben das Verhältnis als 100:1. Man hat also von der vorhin berechneten Elektronenzahl nur etwa den 100. Teil als wirklich photoelektrischen Ursprungs zu rechnen und findet daher den auf eines dieser Elektronen entfallenden Energiebetrag 100 mal so groß wie oben berechnet, also weit größer als den eines Quantes des erregenden Lichts. Immerhin erscheint es aber nicht aussichtslos, mit der Lichtintensität noch tiefer hinunterzugehen. Hierzu wäre erforderlich, daß es gelänge, die Störungen durch Dunkeleffekt und Ladungsverluste in vollkommenerer Weise wie bisher auszuschließen. Falls die Quantenzahl des auftreffenden Lichtes vergleichbar würde mit der Zahl der in gleicher Zeit am Kalium emittierten Elektronen, so dürfte man vielleicht in der reflektierten Lichtmenge sowohl wie in dem Photostrome Intensitätsschwankungen erwarten, wie sie auf anderem Wege schon von N. Campbell (l. c.) gesucht worden sind.

Es möge indessen ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß unsere Beobachtungen keinen Anhalt für die Annahme einer unteren von Null verschiedenen Grenze der an Kalium zur Erregung des Photoeffekts notwendigen Energiemenge geben. Es ist vielmehr wahrscheinlicher, daß bis zu den kleinsten Lichtintensitäten, auch unterhalb der von uns erreichten Grenze von etwa 10^{-7} Erg für das Quadratzentimeter und die Sekunde Proportionalität mit dem Photostrom bestehen bleibt.

Wir schließen mit dem Ausdruck des Dankes an das Kuratorium der Jagorstiftung in Berlin, von dem uns eine Beihilfe zu den Kosten dieser Untersuchung überwiesen ist.

(Eingegangen 23. April 1912.)

Absorption sehr weicher Röntgenstrahlen in Gasen.

Von W. Seitz.

Durch die Untersuchungen von Barkla und anderen sind gewisse Analogien zwischen dem Verhalten von Röntgenstrahlen und von Lichtstrahlen beim Durchgang durch Materie festgestellt worden. So haben die einzelnen Elemente charakteristische Absorptionsbanden im Spektrum der Röntgenstrahlen, wenn wir dieses durch das Durchdringungsvermögen der Strahlen gegenüber Aluminium charakterisieren. Ferner kann die Homogenstrahlung, welche durch Primärstrahlen bestimmter Härte in den verschiedenen Substanzen ausgelöst werden, mit der Erscheinung der Fluoreszenz verglichen werden. Doch steht das Verhalten der Elemente gegenüber Röntgenstrahlen in einfacher Beziehung zum Atomgewicht und die Eigenschaften der Verbindungen berechnen sich rein additiv aus denen der Elemente, welche sie enthalten, und irgendwelche konstitutive Einflüsse, wie sie für die Lichtabsorption gelten, konnten bisher nicht nachgewiesen werden.

Es ist wohl die Vermutung berechtigt, daß die Analogien zwischen Röntgenstrahlen und Lichtstrahlen desto deutlicher hervortreten werden, je weicher sie sind, also je größer die Impulsbreite ist.

Zur Prüfung dieser Frage habe ich die Absorption möglichst weicher Röntgenstrahlen in verschiedenen Gasen bestimmt. Feste Körper eignen sich weniger zur Untersuchung, da die Anzahl der Stoffe, welche sich in Form dünner Blättchen darstellen lassen, nur sehr beschränkt ist, und da sich die Dickenmessung derselben viel weniger genau ausführen läßt als die Druckbestimmung der Gase.

Die Intensität der Röntgenstrahlen nimmt bekanntlich mit dem Entladungspotential sehr stark ab. Da aber möglichst weiche Strahlen untersucht werden sollten, so genügten die sonst gebräuchlichen Meßmethoden nicht. Es wurde daher das Verfahren der Ionenmultiplikation, das von Rutherford und Geiger[1]) für α-Strahlen ausgearbeitet und neuerdings von E. Meyer[2]) zur Bestimmung der γ-Strahlen benutzt worden ist, angewandt. Dieses übertrifft die übrigen elektrischen Meßmethoden weitaus an Empfindlichkeit. Die Röntgenstrahlen, deren Intensität gemessen werden sollte, traten in eine Ionisierungszelle ein, in welcher ein Potentialgefälle herrschte, das eben noch genügte, um Ionen durch Ionenstoß zu bilden. Die von den Röntgenstrahlen hervorgebrachte Leitfähigkeit

1) E. Rutherford u. H. Geiger, Proc. Roy. Soc. (A) **81**, 141, 1908; diese Zeitschr. **10**, 1, 1909.
2) E. Meyer, Ann. d. Phys. **37**, 700, 1912.

vervielfacht sich, indem die primär erzeugten Ionen durch das Feld eine solche Geschwindigkeit erhalten, daß sie auf ihrem Weg eine große Anzahl neuer Ionen hervorbringen.

Durch dieses Verfahren konnten Röntgenstrahlen eben noch nachgewiesen werden, wenn das Kathodenpotential der Röntgenröhre 650 Volt überstieg. Aber erst bei 900 Volt genügt die Intensität der Strahlen, um ihre Absorbierbarkeit genau messen zu können.

Es wären allerdings solche Untersuchungen, welche mit sekundären Homogenstrahlen ausgeführt wären, am wertvollsten, doch dürften sie in diesem Härtebereich nicht durchführbar sein, da schon die Primärstrahlen sehr schwach sind.

Die Versuchsanordnung ergibt sich aus folgender Zeichnung:

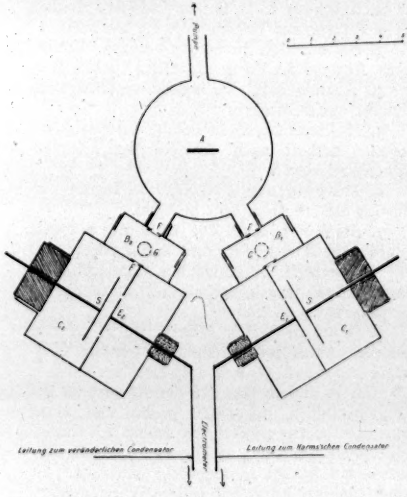


Fig. 1.

A ist die Aluminium-Antikathode einer kleinen Röntgenröhre von 6 cm Durchmesser. Symmetrisch dazu sind zwei kurze Rohransätze mit Messingfassungen, auf welche die etwa 0,005 mm dicken und etwa 4 qmm großen länglichen Aluminiumfenster F, deren Längsachse senkrecht zur Zeichnungsebene steht, mit Siegellack aufgekittet sind. Durch diese treten die Strahlen in die Absorptionskammern B_1 und B_2 ein, welche mit Gasen von gemessenem Druck gefüllt werden können. G_1 und G_2 sind Rohre, durch welche die Kammern B_1 und B_2 mit einer Ölluftpumpe verbunden, und durch welche die zu untersuchenden Gase zugeführt werden können. Durch je ein zweites Fenster, das die gleiche Ausdehnung und Stärke als die soeben beschriebenen besitzt, gelangen die Strahlen hierauf in die Ionisierungszellen C_1 und C_2. Die kreisförmigen Platten S sind mit einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie, deren Spannung von zwei zu zwei Volt variiert werden kann, verbunden. In einem Abstand von 5 mm von S und genau parallel dazu befinden sich die Platten E, welche von einem Schutzring umgeben sind, um ein möglichst homogenes Feld zu erzielen. Von E führen auf Bernstein isolierte Leitungen zu je einem Quadrantenpaar eines Dolezalekschen Elektrometers, dessen Empfindlichkeit mit Hilfe eines Harmsschen Kondensators[1]) in der bekannten Weise zu 0,0013 abs. elektrostatischen Einheiten pro Millimeter Ausschlag bestimmt worden ist. Das Metallgehäuse von C, sowie der metallische Schutz, der die Leitungen zum Elektrometer umgibt, sind selbstverständlich mit der Erde verbunden.

Der Druck in den Ionisierungszellen beträgt ein paar Millimeter Quecksilber (die Zuleitungsrohre sind in der Zeichnung weggelassen); die für die Ionenmultiplikation geeignete Spannung beträgt dann etwa 900 Volt. Die Absorptionskammern B und die Ionisierungskammern C sind so symmetrisch als möglich hergestellt und zur Kathode A angeordnet worden. Um aber die Wirkung kleiner unvermeidlicher Unterschiede und Unsymmetrien aufzuheben, ist das Quadrantenpaar, zu dem die Leitung von E_1 führt, verbunden mit einem Platten-Luftkondensator, der ebenfalls Bernstein-Isolation hat, und dessen Kapazität durch Veränderung des Plattenabstandes sehr fein variiert werden kann. An die Leitung von E_2 zu seinem Quadrantenpaar ist dagegen ein Harmsscher Kondensator von der konstanten Kapazität von 43,2 cm angelegt.

Durch besondere Vorrichtungen können vom Beobachtungsplatz aus die Leitungen zu E_1 und E_2 sowohl getrennt als gleichzeitig geerdet beziehungsweise isoliert werden.

Die Röntgenröhre wurde mit einer Schuckertschen Hochspannungsdynamomaschine betrieben, die Kathodenspannung mit einem Braunschen Elektrometer gemessen.

Um das Absorptionsvermögen, welches verschiedene Gase gegenüber Röntgenstrahlen besitzen, zu vergleichen, wurde eine Nullmethode angewendet. Vor Beginn der Messung wurden die beiden Absorptionskammern B_1 und B_2 ausgepumpt und mit Stickstoff bis zu einem nahezu

1) F. Harms, diese Zeitschr. **5**, 47, 1904.

gleichen Druck gefüllt. Die Platten E_1 und E_2 waren, wie gesagt, mit je einem Quadrantenpaar verbunden. Die beiden Platten S hatten das gleiche Potential. Dann wurde das Vakuum in den zwei Ionisierungskammern C_1 und C_2 so lange verändert, bis bei Durchgang der Röntgenstrahlen der Ausschlag im Elektrometer nahezu verschwand, d. h. bis der Strom in den zwei Zellen nahezu gleich stark war. Durch Regulierung des bereits genannten variablen Kondensators, der an E_2 angeschaltet ist, wurde schließlich auf Null eingestellt.

Das Vakuum in den Ionisierungskammern erhielt sich wochenlang genügend konstant. Die Spannung an S wurde nur so hoch gewählt, daß, solange keine Röntgenstrahlen wirkten, die Schweidlerschen Schwankungen, die von der unvermeidlichen Restionisation im Gas herrühren, noch verschwindend klein blieben. Beim Arbeiten mit den relativ kräftigeren 1400 Volt-Strahlen konnte die Spannung und damit die Empfindlichkeit der Methode etwas kleiner als bei den 900-Volt-Strahlen gewählt werden, wodurch der Gang des Elektrometers ruhiger und die Messung genauer wurde. Sollten noch weichere Strahlen, etwa unter 700 Volt, nachgewiesen werden, so mußte die Empfindlichkeit aufs äußerste gesteigert und die Absorptionskammern gut ausgepumpt werden. Bei der Messung blieb die Kammer B_1 dauernd mit Stickstoff von konstantem Druck gefüllt, während B_2 abwechselnd mit den zwei Gasen, deren Absorption verglichen werden sollte, gefüllt wurde. Die Gasdrucke wurden mit einfachen Quecksilbermanometern, welche an die Zuleitungsrohre, die an G führten, angeschlossen waren, gemessen. Dem Gas in B_2 wurden nacheinander zwei solche Drucke gegeben, daß das eine Mal das Elektrometer einen schwachen Ausschlag nach der einen Seite, das andere Mal nach der andern Seite zeigte. Durch Interpolation konnte der Druck, bei dem der Ausschlag verschwindet, berechnet werden. Diese Nullmethode hatte den großen Vorteil, daß man von Potentialschwankungen der Röntgenröhre, welche bei der geringen Konstanz der Hochschulzentrale, durch welche der Hochspannungsdynamo gespeist wurde, unvermeidlich waren, unabhängig war; denn bekanntlich beeinflussen schon geringe Änderungen der Kathodenspannung die Intensität der Röntgenstrahlen in hohem Maße.

Als Vergleichsgas wurde bei den Gasen geringer Absorption Stickstoff, bei den übrigen Sauerstoff verwendet. Im letzteren Fall wurde dann auf Stickstoff umgerechnet.

Wenn p_{N_2} und p_x die Drucke gleicher Absorption bei Stickstoff und einem anderen Gase bedeuten, so ist $\frac{p_{N_2}}{p_x} = \frac{a_x}{a_{N_2}}$, d. i. das Verhältnis der Molekularabsorptionen.

Die Gase waren teils als chemisch rein von Kahlbaum in Bomben kondensiert bezogen, teils wurden sie nach den allgemein gebräuchlichen Methoden der Gasanalyse untersucht. Die Analysen wurden im Anorganisch-chemischen Laboratorium der Aachener Technischen Hochschule ausgeführt.

Herrn Geheimrat Claßen und Herrn Privatdozenten Dr. Fischer spreche ich für die liebenswürdigst gewährte Hilfe meinen besten Dank aus.

Es wurden folgende Gase verwendet:

1. Wasserstoff. Im Kippschen Apparat aus Zink mit Schwefelsäure entwickelt, mit Wasser gewaschen und Chlorkalzium getrocknet.

2. Stickstoff. In Bombe bezogen. Enthält nach Analyse 0,6 Volumenprozent Sauerstoff.

3. Sauerstoff. In Bombe bezogen. Enthält nach Analyse 6,3 Volumenprozent Stickstoff.

4. Ammoniak. In Bombe verflüssigt als chemisch rein bezogen.

5. Kohlensäure. In Bombe verflüssigt bezogen. Enthält nach Analyse 0,7 Volumenprozent Stickstoff.

6. Methyläther (C_2H_6O). In Bombe verflüssigt als chemisch rein bezogen.

7. Stickoxydul (N_2O). In Bombe bezogen. Wurde auf NO geprüft und durch Verbrennen mit Wasserstoff in glühendem Platinröhrchen analysiert. Es ergab sich als frei von meßbaren Verunreinigungen[1]).

8. Methan (CH_4). Zuerst wurde es hergestellt, indem mit Zinkmethyl gefüllte Glaskügelchen unter Wasser aufgebrochen wurden. Da sich in diesem Gas für die Absorption der Röntgenstrahlen unerwartet große und wenig konstante Werte ergaben, so schloß ich daraus auf irgendwelche Verunreinigungen, welche Elemente von hohem Atomgewicht enthalten. Es wurde daher Methan auf andere Weise erzeugt, und zwar, indem reinstes Quecksilberdimethyl im Fraktionierkölbchen tropfenweise mit konzentrierter Salzsäure unter gelindem Erwärmen übergossen wurde. Die Reaktion verläuft nach der Formel $Hg(CH_3)_2 + HCl = HgCH_3Cl + CH_4$. Das Gas wurde in einer Glocke über Wasser aufgefangen, beim Einleiten in den Meßapparat nochmals mit Wasser gewaschen und durch Chlorkalzium getrocknet. Die Gasanalyse (Verbrennung mit Luft an glühender Platinspirale) ergab 100 Proz. Methan. Der in der Tabelle angegebene Wert ist mit diesem Gas gefunden.

1) Die Analyse wurde von Herrn cand. chem. Laas ausgeführt, welchem ich hierfür ebenfalls bestens danke.

Die einzelnen Messungen gaben jetzt untereinander übereinstimmende Resultate.

9. Äthan (C_2H_6). Es wurde hergestellt, indem kleine Flaschen, die mit Zinkäthyl gefüllt waren, unter einer mit Wasser gefüllten Glasglocke aufgebrochen wurden, nach der Reaktionsgleichung: $2n(C_2H_5)_2 + 2H_2O = 2n(OH)_2 + 2C_2H_6$. Die Gasanalyse ergab einen Gehalt von 98,9 Proz. Äthan, 0,7 Proz. Sauerstoff und 0,4 Proz. Wasserstoff.

10. Azetylen (C_2H_2). Es wurde hergestellt durch langsames Übergießen einer Kalziumkarbidmischung nach Polzenius mit Wasser. Die der Mischung beigegebenen Salze haben die Aufgabe, die Dämpfe, welche neben dem Azetylen aus dem Karbid entstehen, zu absorbieren. Das Gas war frei von dem bekannten unangenehmen Geruch. Die Analyse ergab 100 Proz. Azetylen.

11. Schwefelwasserstoff (H_2S). Er wurde im Kippschen Apparat hergestellt aus reinen Schwefelkalziumwürfeln und verdünnter Salzsäure, durch eine Schwefelnatriumlösung zur Beseitigung von Salzsäuredämpfen gewaschen und durch Chlorkalzium getrocknet. Nach Analyse hundertprozentig.

12. und 13. Methylbromid (CH_3Br) und Äthylchlorid (C_2H_5Cl) als chemisch rein in Bomben bezogen.

14. Methyljodid (CH_3J) als chemisch rein in Glasfläschchen bezogen. Es wurden durch einen Glashahn einige Tropfen der Flüssigkeit in die Rohrleitung, die zu B_2 führt, gebracht, wo sie verdampften. Der Siedepunkt des Methyljodids liegt bei $+44^0$ und so ist sein Dampfdruck bei Zimmertemperatur für die Messungen reichlich genügend groß.

Selbstverständlich wurde stets, wenn ein Gas an Stelle eines anderen in den Apparat gebracht werden sollte, B_2 und die damit verbundenen Rohre sorgfältig ausgepumpt und dann mit dem neuen Gase mehrmals ausgespült.

Die Absorption wurde bei zwei verschiedenen Spannungen der Röntgenröhre bestimmt, bei 900 Volt und bei 1400 Volt, einige Messungen wurden auch bei 1100 Volt ausgeführt. Da einesteils die Intensität der Röntgenstrahlen bei 900 Volt klein, andernteils das Absorptionsvermögen groß ist, so mußten hier die Drucke der Gase erheblich kleiner als bei 1400 Volt gemacht werden, um eine genügende Wirkung auf die Ionisationszellen zu erhalten; z. B. war bei einer Messung bei 900 Volt $p_{N_2} = 152$ mm und $p_{O_2} = 101$ mm, dagegen bei 1400 Volt $p_{N_2} = 755$ mm und $p_{O_2} = 468$ mm. Die verschiedenen verwendeten Gasdrucke waren stets von dieser Größenordnung. Im übrigen ist, wie ich nachweisen konnte, der Wert von $\frac{p_{N_2}}{p_x}$ in der Nullstellung unabhängig von der absoluten Größe des Druckes.

Die Ergebnisse der Messungen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Die Werte von $\frac{a_x}{a_{N_2}}$ sind das arithmetische Mittel einer größeren Anzahl von Beobachtungen, und es beträgt der mittlere Fehler der einzelnen angegebenen Resultate bei 900-Volt-Strahlen etwa 1—3 Proz., bei 1400-Volt-Strahlen etwa 0,1—1 Proz.

Da die Absorption eines Gasgemisches sich nach der Mischungsregel aus der Absorption der Komponenten berechnen läßt, so konnte bei Gasen, die Beimengungen hatten, der für das

Tabelle 1.

	$\frac{a_x}{a_{N_2}} = \frac{p_{N_2}}{p_x}$						$\frac{s_x}{s_{N_2}} = \frac{a_x}{a_{N_2}} \frac{M_{N_2}}{M_x}$		
	900 Volt		1100 Volt		1400 Volt		900 Volt	1100 Volt	1400 Volt
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	beob.	beob.
Wasserstoff [1]	0		0		0		0	0	0
Stickstoff	1		1		1		1	1	1
Sauerstoff	1,51		1,52		1,635		1,32	1,33	1,435
Ammoniak	0,508	0,500			0,502	0,500	0,838		0,826
Kohlensäure	1,825	1,81	1,825	1,83	1,875	1,945	1,16	1,16	1,18
Methyläther	1,35	1,365			1,375	1,42	0,82		0,837
Stickoxydul	1,71	1,755			1,78	1,82	1,09		1,13
Methan					0,307	0,30			0,537
Äthan	0,58	0,60			0,60	0,60	0,542		0,56
Azetylen	0,62	0,60	0,60	0,60	0,59	0,60	0,668	0,646	0,635
Schwefelwasserstoff	1,01				0,90		0,83		0,74
Methylbromid	2,45				2,66		0,72		0,78
Äthylchlorid	1,74				1,70		0,755		0,74
Methyljodid [2]					17,55				3,46

1) Im Wasserstoff konnte bis zu Atmosphärendruck Absorption nicht nachgewiesen werden.
2) Methyljodid konnte wegen seines hohen Absorptionsvermögens bei 900 Volt nicht untersucht werden.

reine Gas geltende Wert der Absorption aus dem gemessenen berechnet werden. In der dritten Hauptkolumne sind auch die Verhältnisse der spezifischen Absorption, d. i. der reziproke Wert der Quotienten der Massen gleicher Absorption angegeben, nämlich wenn M das Molekulargewicht bedeutet, so ist:

$$\frac{s_x}{s_{N_2}} = \frac{M_{N_2} p_{N_2}}{M_x \cdot p_x} = \frac{M_{N_2} a_x}{M_x a_{N_2}}.$$

Unter der Annahme, daß die Molekularabsorption einer Verbindung sich additiv aus den Atomabsorptionen der Komponenten zusammensetzt, wurden die Werte berechnet, welche neben den beobachteten angegeben sind.

Es ist z. B. bei 1400 Volt für Methyläther (C_2H_6O)

$$\frac{a_x}{a_{N_2}} = \frac{2\,a_C}{a_{N_2}} + \frac{6\,a_H}{a_{N_2}} + \frac{a_O}{a_{N_2}} =$$
$$= 2 \cdot 0{,}30 + 0{,}00 + 0{,}82 = 1{,}42.$$

Die so berechneten Werte stimmen im allgemeinen mit den beobachteten sehr gut überein. Nur bei den Sauerstoffverbindungen finden sich kleine Abweichungen, die wohl eben noch über die wahrscheinlichen Fehlergrenzen hinausgehen.

Es scheint, als verändere sich $\frac{a_O}{a_{N_2}}$ beim freien Sauerstoff etwas stärker mit der Härte der Strahlen als beim gebundenen.

Nach der obigen Formel wurde ferner aus der Molekularabsorption die Atomabsorption der einzelnen untersuchten Elemente im Verhältnis zur Atomabsorption des Stickstoffs berechnet, und diese Werte in Tabelle 2 zusammengestellt.

a_e ist die Atomabsorption eines Elementes,

$a_N = \frac{1}{2} a_{N_2}$ = Atomabsorption des Stickstoffs,

ferner $\frac{s_e}{s_N} = \frac{a_e}{a_N} \frac{M_N}{M_e}$ (M_N = Atomgewicht des Stickstoffs).

Tabelle 2.

	900 Volt		1400 Volt		Atomgewicht
	$\frac{a_e}{a_N}$	$\frac{s_e}{s_N}$	$\frac{s_e}{s_N}$	$\frac{s_e}{s_N}$	
Wasserstoff	0	0	0	0	1
Kohlenstoff	0,60	0,70	0,60	0,70	12
Stickstoff .	1,00	1,00	1,00	1,00	14
Sauerstoff .	1,52	1,33	1,64	1,44	16
Schwefel . .	2,02	0,88	1,80	0,785	32,1
Chlor	2,28	0,90	2,20	0,866	35,5
Brom	4,30	0,752	4,72	0,825	80
Jod			34,50	3,8	127

Die folgende Kurventafel gibt $\frac{a_N}{a_e}$ (also die reziproken Werte der in der Tabelle enthaltenen Zahlen) als Funktion des Atomgewichts.

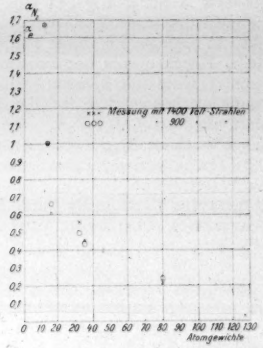


Fig. 2.

Wie man an den Kurven sieht, ist die Absorption keine einfache Funktion des Atomgewichts. Auch hängt die Kurvenform von der Härte der Röntgenstrahlen ab. Auffallend ist bei den 1400-Volt-Strahlen das relativ hohe Absorptionsvermögen des Sauerstoffs, und im Gegensatz dazu das relativ geringe des Schwefels. Noch komplizierter würde die Kurve, wenn man $\frac{s_N}{s_e}$, d. i. das Verhältnis der Massen gleicher Absorption, als Funktion des Atomgewichts eintragen würde, wie man aus der betreffenden Kolumne der Tabelle 2 ersehen kann.

Im ganzen sind also die Verhältnisse bei den weichen Röntgenstrahlen etwas weniger einfach als bei den härteren, doch eine direkte, deutliche Annäherung an die Absorptionsgesetze des Lichts konnte nicht konstatiert werden.

Aachen, 6. April 1912.

(Eingegangen 12. April 1912.)

Über ein hochempfindliches Elektrometer und den hiermit möglichen direkten Nachweis der Ionisation des einzelnen α-Teilchens.

Von G. Hoffmann.

Während die Faden- und Blättchenelektrometer in den letzten Jahren eine erhebliche Entwicklung erfahren haben und durch die Benutzung feinster Fäden einerseits, die Labilisierung des Blättchens durch besondere Anordnung von geladenen Flächen andererseits eine bedeutende Steigerung der Empfindlichkeit erzielt worden ist, ist von einer wesentlichen Veränderung der

Elektrometer vom Typus des Quadrantenelektrometers nichts berichtet worden. A. Kleiner[1]) gibt in einer kurzen Arbeit eine Beschreibung eines Elektrometers mit sehr leichter Nadel und feinster Suspension an, doch bedeutet die zur Verminderung der Luftreibung und Erhöhung der Einstellungsgeschwindigkeit eingeführte Evakuierung, die, um wirksam zu sein, hochgradig sein muß, eine erhebliche Komplikation. Genauere Angaben über Beziehung zwischen Konstanz des Nullpunktes und Empfindlichkeit sind nicht gemacht.

Versucht man bei den gebräuchlichen Dolezalek-Elektrometern in der Ausführungsform von Bartels durch möglichste Verminderung der elastischen Richtkraft des Quarzfadens hohe Empfindlichkeit zu erzielen, so wird durch Hinausgehen über eine bestimmte Feinheit der Suspension keine Verbesserung herbeigeführt: die kriechende Einstellung würde für manche Zwecke keine Störung bedeuten, aber es tritt Nullpunktsveränderlichkeit ein. Hierfür sind wohl vor allem durch Temperaturdifferenzen hervorgebrachte Luftströmungen verantwortlich zu machen, die durch die Spalten in die Quadrantenschachtel eindringen, und die immer mehr oder weniger windschiefe Papiernadel ablenken, denn die geringste absichtlich hervorgerufene einseitige Erwärmung bewirkt starke Verlagerung der Nullstellung. Als weitere Störungsquelle bei höchsten Empfindlichkeiten tritt bei Verwendung als Strommesser, die wegen der Größe des Innenvolumens nicht unbeträchtliche Stromleitung durch die Luft hinzu, und schließlich die nicht ganz exakte Definition der Potentiale bei Benutzung der Papiernadel.

Das im folgenden beschriebene Instrument sucht möglichste Konstanz der Einstellung mit größter Empfindlichkeit zu verbinden. Wenn man nicht in der Wahl des Beobachtungsraumes zu sehr beschränkt sein will, sind Änderungen der Zimmertemperatur um mehrere Zehntelgrad in einer Stunde nicht zu vermeiden. Fordert man, daß trotzdem Differenzen nicht höher wie ein Skalenteil im Lauf einer Viertelstunde eintreten, so erreicht das Instrument: 1 Volt = 3000 mm; wirksame Kapazität = 4,8 cm. Ladungsempfindlichkeit: 1 mm = 1,6 Millivolt × cm. Es kommt also in Voltempfindlichkeit dem Dolezalek-Instrument gleich, besitzt aber eine rund 20mal kleinere wirksame Kapazität. Für ein Fadenelektrometer nach Elster und Geitel berechnet sich nach Angaben von Schweidler[2]) eine Ladungsempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 60 Millivolt/cm. Während das Fadenelektrometer sich auch wohl bei dieser Empfindlichkeit in Bruchteilen einer Sekunde einstellt, kommt das zu beschreibende Instrument mit einer Einstellungszeit von 10 bis 15 Sekunden bei obiger Empfindlichkeit dem Dolezalek-Elektrometer (ca. 40 Sek.) näher[1]).

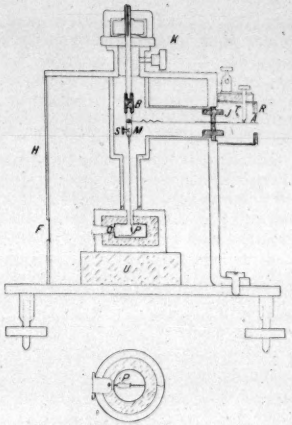


Fig. 1.

Die äußere Form[2]) des Instruments zeigt Fig. 1, ein Horizontalschnitt durch das Mittelstück ist unten gezeichnet. Die zugrunde liegende Idee geht aus der Beschreibung unmittelbar hervor. Es ist das Prinzip des Hankelschen Elektrometers mit der Stellung der beweglichen Flächen gegen die festen Flächen wie beim Quadrantenelektrometer vereinigt.

Der Kopf K gestattet Drehung und feine Einstellung der Höhe. Er hält durch Bernstein B isoliert ein Messingstück M, in das durch eine Schraube S geklemmt ein Messingstift eingesetzt ist. An diesen unten zugespitzten Stift ist ein 3 μ dicker Wollastonedraht nach der Entfernung des Silbers angelötet, der unten gleichfalls durch Lötung ein Stück Platinfolie von etwa $^1/_{100}$ mm Dicke trägt, das winklig gebogen ist. Die Folie hat eine Gesamtlänge von etwa 12 mm, und ist am äußeren Ende auf

1) A. Kleiner, Vierteljahrsschr. d. naturf. Ges. Zürich **51**, 226, 1906.

2) K. W. F. Kohlrausch und E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **13**, 11, 1912.

1) Die obigen Zahlen können zu Vergleichen nur bedingt herangezogen werden.

2) Ein zweites Instrument nach demselben Prinzip ist im Bau und weicht in der mechanischen Ausgestaltung erheblich ab; möglicherweise gestattet die exaktere Konstruktion noch eine wesentliche Steigerung der Empfindlichkeit über die oben gegebene.

etwa 3 mm durch Hämmern verbreitert. An dem Vertikalteil trägt die Folie ein kleines, platiniertes, dünnstes Glasstück als Spiegel; Folie und Spiegel wiegen zusammen etwa 1,5 mg. Die halbe Schwingungsdauer ist, von elektrischen Kräften unbeeinflußt und bei einer Länge des Platinfadens von 5 cm, ca. 3 Sekunden. Von dem Messingstück M geht eine feine Drahtleitung seitwärts[1]) durch Bernstein isoliert (I) zur Meßanordnung.

Der Platinhaken P kann sich in einer flachen Dose aus Aluminiumblech drehen, die aus zwei Hälften, nur durch einen schmalen Schlitz getrennt, zusammengesetzt ist. An diese Dosenteile, die den + - und — -geladenen Seitenstücken des Hankelschen Elektrometers entsprechen, werden auf gleiche Wirkung auf das bewegliche System abgestimmte Hilfsspannungen von jedoch nur einigen Volt gelegt. Mechanisch gehalten werden diese Dosenhälften durch Einbettung mit Kittmasse in eine zweite aus Hälften zusammengesetzte Dose aus dickem Aluminiumblech, deren Schnittflächen eben geschliffen und durch Schrauben (nicht gezeichnet) aufeinandergepreßt werden. Diese zweite Dose bildet einen vollkommen dichten Mantel und soll einen möglichsten Ausgleich der Temperatur bewirken. Das Ganze befindet sich zum Schutz gegen einseitige Erwärmung auf einem Hartgummiklotz U montiert.

Licht fällt auf den Spiegel durch eine kleine Öffnung O, die durch ein eingesetztes Glas geschlossen ist. Das Innenstück ist von einem Gehäuse H mit Fenster F umgeben, das durch Verkitten[2]) der Fugen mit Wachs auch gegen plötzliche Schwankungen des Luftdruckes schützt. Da die Konstanz der Kontaktpotentiale von einem gewissen Feuchtigkeitsgrad der Luft abhängig ist[3]), so ist durch ein Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure für gleichmäßigen Wassergehalt der Luft gesorgt.

Die Hilfsspannungen werden durch Abzweigen von Widerstandsmeßkästen hergestellt. Der Strom von kleinen Akkumulatoren durchfließt drei Widerstandssätze V (Vorschaltwiderstand) und W_1 und W_2. Die Elektrometerleitung ist durch den Stift T ebenso wie die sie umgebende Metallhülle an die Verbindungsstelle von W_1 und W_2 angeschlossen, während die Dosenhälften an die Enden von W_1 und W_2 gelegt sind. Durch Veränderung von W_1 und W_2 bei konstant erhaltener Summe $W_1 + W_2$ wird die Spannung des beweglichen Systems gegen die Dose in aus der gesamten Spannung berechenbaren Weise verändert, man erhält eine Eichung der Skala in Volt, die jederzeit leicht nachgeprüft werden kann. Verkleinern des Vorschaltwiderstandes V bewirkt Anwachsen der Hilfsspannungen und Ansteigen der Empfindlichkeit des Instruments. Die Art dieses Zusammenhanges wird durch folgende Zahlenreihen (für eine bestimmte Höhenlage des Platinhakens innerhalb der Dose) anschaulich: erste Kolonne enthält gesamte Spannungsdifferenz beider Dosenhälften gegeneinander in Volt, zweite Kolonne Empfindlichkeit in mm pro Volt.

$V_1 - V_2$ Volt	mm pro Volt
1,7	29
4,3	100
6,3	200
8,6	320
10,5	670
11,5	1300
12,0	1640
12,7	3600
13,0	(7900)
13,2	(12200)

Die beiden letzten in Klammern gesetzten Empfindlichkeiten genügten nicht mehr den oben geforderten Bedingungen der Konstanz der Einstellungen.

Bestimmten Werten für W_1, W_2 und V gehören zeitlich in mäßigem Intervall variable Instrumentangaben zu. Das Instrument läßt sich jedoch transportieren — was wegen der Leichtigkeit des Systems ohne Arretierung geschehen kann — und gibt nach Wiedereinstellung mit der Libelle ungefähr die gleichen Einstellungen und Empfindlichkeiten. Während der Beobachtungen sind Einschaltungen von Eichungen von Zeit zu Zeit erforderlich, die jedoch wegen der relativ schnellen Einstellung für jeden Eichpunkt einen Zeitaufwand von nur 20—30 Sekunden erfordern. Wieweit die Angaben im speziellen Fall variieren, wird aus folgender Tabelle anschaulich:

Zeit	$9^h 20'$	$9^h 49'$	$10^h 10'$
Temperatur	18,9°	19,1°	18,8°
No. 1	131	133	129
„ 2	145	147	144
„ 3	162	163	160
„ 4	179	180	178
„ 5	199	201	198

(Der Zeitabstand der drei Eichungen ist aus den Angaben der obersten Zeile ersichtlich; die Zimmertemperatur zeigt geringe Schwankung; die einzelnen Meßpunkte [1 bis 5] liegen in

1) Bei dem in Ausführung begriffenen Instrument ist diese Knickung der Leitung und Verwendung von zwei Isolatoren durch Verlegung der Ableitung in den Kopf K vermieden.

2) Beim neuen Instrument Gummidichtung.

3) H. Schultze, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **28**, 67, 1908.

Spannungsstufen von 0,00525 Volt; aus den zugehörigen Differenzen der Skalenteile folgt, daß die Empfindlichkeit innerhalb des Bereiches von 1 mm = 0,000375 auf 1 mm = 0,000263 Volt ansteigt.)

Der Einfluß der Temperatur zeigt sich einmal in einer Veränderung der elektromotorischen Kraft der Akkumulatoren, die etwa 0,03 Proz. pro Grad beträgt[1]), und durch Veränderung des Vorschaltwiderstandes kompensiert werden kann, und in einer unmittelbaren Einwirkung auf das Instrument komplizierterer Art.

Die Messung der Kapazität geschah nach der zuerst von F. Harms[2]) angegebenen Influenzierungsmethode. Die Bestimmung so kleiner Kapazitäten, wie sie hier vorliegen, hat Schwierigkeiten; ich verfuhr in folgender Weise: Der vom Isolator J (Fig. 1) getragene Messingdraht hatte einen Durchmesser von 0,48 mm und ragte mit einer Länge von 60 mm zentrisch in ein Messingrohr von 8,5 mm lichter Weite hinein, das bei R isoliert aufgesetzt war. Die Kapazität pro cm Länge berechnet sich aus dem Verhältnis der Radien zu 0,181 cm, wäre also für die gesamte Länge von 6 cm gleich 1,08 cm. Hierbei ist jedoch nicht auf die abweichende Ladungsverteilung auf den Enden Rücksicht genommen. Ich verkürzte daher nach einer ersten Reihe von Influenzierungsmessungen den Draht um ein gemessenes Stück (2,43 cm), führte mit der so um eine im absoluten Maß bekannten Größe verringerten Kapazität eine zweite Reihe von Influenzierungsmessungen aus, und berechnete dann durch Kombination beider Meßreihen den ursprünglichen Kapazitätskoeffizienten zu 1,13 cm. Um hieraus die wirksame Kapazität des Instruments zu erhalten, ist dann nur mit dem Verhältnis der influenzierend wirkenden Spannung und der Differenz der Spannungen des Elektrometersystems zu multiplizieren (vergl. dazu Th. Wulf[3])). Verschiedene Meßreihen zeigten eine bemerkenswerte Übereinstimmung. Um eine Vorstellung von der Größenordnung der hier zu messenden Elektrizitätsmengen zu geben, sei vermerkt, daß z. B. eine Kommutierung einer Spannung von 0,0410 Volt am Zylinder eine Veränderung der Spannung des Elektrometersystems um 0,0155 Volt hervorrief. Für die Gesamtkapazität wird so gefunden $C = 5{,}9$ cm, damit für das Instrument allein 4,8 cm.

Die hier gemessene wirksame Kapazität ist natürlich abhängig von der Größe der Hilfsspannungen und bezieht sich auf eine bestimmte, auch im folgenden benutzte Empfindlichkeit.

1) F. Streintz, Wied. Ann. **46**, 449, 1892.
2) F. Harms, diese Zeitschr. **5**, 47—50, 1904.
3) Th. Wulf, diese Zeitschr. **10**, 253, 1909.

Mit der Durchprüfung der Eigenschaften des Instruments beschäftigt, wurde ich durch eine kürzlich erschienene vorläufige Mitteilung von K. W. F. Kohlrausch und E. v. Schweidler „Über die experimentelle Untersuchung der Schwankungen der radioaktiven Umwandlung“[1]) auf die Möglichkeit hingewiesen, das Instrument zur Beobachtung der Ionisation der einzelnen α-Teilchen zu benutzen. In jener Arbeit wird von deutlichen ruckweisen Bewegungen des Fadens eines Elster und Geitelschen Elektrometers innerhalb eines Skalenteiles berichtet, hier mußten sich deutliche, fast zu Messungen geeignete Bewegungen über mehrere Skalenteile zeigen.

Nach einigen Vorversuchen gelangte ich zu folgender Anordnung. Bei R (Fig. 1) wurde ein isolierter Zylinder, der auf ein Potential von 80 Volt aufgeladen wurde, von 1,5 cm Durchmesser und 7 cm Länge aufgesetzt. In ihn ragte die am Elektrometer befestigte Drahtelektrode hinein; die vom Elektrometer abgewandte Stirnfläche war bis auf eine Öffnung von wenigen Millimetern Durchmesser verschlossen. Diese etwas exzentrisch angebrachte Öffnung konnte entweder durch ein Stück Aluminiumfolie, das α-Strahlen absorbierte und nur β-Strahlen durchließ, verdeckt werden oder durch ein mehrere Millimeter dickes Stück Messing mit feiner Bohrung (Schußkanal) zum freien Eintritt einzelner α-Teilchen. Das verschiedene Verhalten der beiden Strahlungen wird durch die folgenden Kurven (Fig. 2) sehr anschaulich. Die Ablesungen sind alle zwei Sekunden gemacht und wurden mit einer Schreibmaschine registriert (das „Blind“schreiben der Zahlen läßt sich leicht lernen).

Bei der Ionisation durch β-Strahlen zeigt das Elektrometer einen fast gleichmäßigen Gang an, nur gelegentlich unterbrochen durch kleine Schwingungen. Bei der Ionisation durch α-Strahlen treten plötzliche Impulse auf, die den Lichtzeiger über ein mehr oder minder großes Intervall der Skala hinüberführen, abwechselnd mit Zeiten fast völliger Ruhe. Als Strahlungsquelle diente bei diesen Versuchen ein RaC-Präparat mäßiger Intensität.

Macht man die wahrscheinliche Annahme, daß jedes α-Teilchen einer bestimmten Strahlengattung auf seiner ganzen Flugbahn die gleiche Menge Ionen erzeugt, so müßten, wenn die ganzen Ionenmengen auf der Elektrometerleitung abgeschieden würden, die Kurven I aus Stufen bestehen, die gleichen übertragenen Elektrizitätsmengen entsprächen. Dies ist nun offenbar nicht der Fall. Gründe: 1. Einige Teilchen

1) l. c.

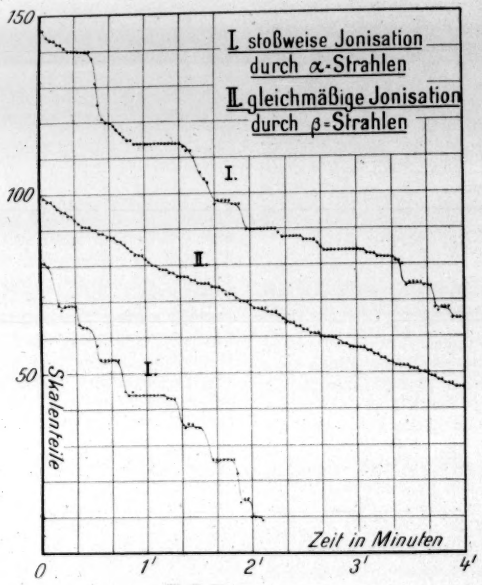


Fig. 2.

werden nicht die volle Wirkung erreichen, sondern vorzeitig durch Anstoßen an die Wandung oder die Innenelektrode ihren Weg beenden; 2. durch Eintreten eines zweiten Teilchens, bevor die durch seinen Vorgänger hervorgerufene Elektrometerbewegung beendet ist, wird die Stufenbildung gestört. Es liegt zunächst nahe, die erste Störung dadurch beseitigen zu wollen, daß ein recht weites Gefäß genommen wird, so daß auch bei stärkerer Streuung der Strahlung keine Gefahr des Aufpralls auf die Wände besteht. Ein derartiges Gefäß benutzte ich auch anfangs (Zylinder von 5 cm Durchmesser und 8 cm Länge), es zeigte sich aber, daß die ohne Präparat in diesem Volumen vorhandene Ionisation eine viel zu merkliche war; sie war gleichfalls teilweise stoßweise und gab für sich eine flach abfallende Kurve mit gelegentlichen Stufungen ganz willkürlicher Höhe entsprechend den in beliebiger Richtung und Stoßlänge fahrenden α-Teilchen der Luftaktivität.

Bedeutend gleichmäßigere Werte für die Ionisation der einzelnen α-Teilchen erhielt ich jedoch durch Benutzung des kleinen, in Fig. 3 gezeichneten Gefäßes. Durch die beiden mit feinen Öffnungen ($^3/_4$ mm) in einem Abstand von etwa 1,3 cm als Blenden wirkenden Bleche

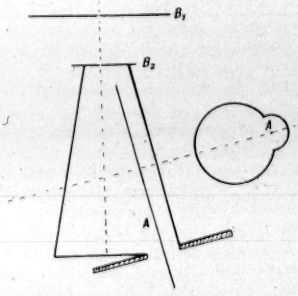


Fig. 3.

B_1 und B_2 können von dem oberhalb B_1 zu denkenden Präparat α-Teilchen in ein kegelförmiges Gefäß treten, in dem in einem seitlich angesetzten zylindrischen Ansatz (vergl. die Querschnittzeichnung) die Auffangelektrode (A) sich befindet. Bei einer so starken Abblendung, wie sie durch die feinen Blendenöffnungen bedingt wurde, war ich auf ein kräftiges Präparat angewiesen und mußte vorderhand mit Polonium

arbeiten, obwohl diese Substanz wegen der geringen Reichweite von 3,8 cm, von der durch den Blendenabstand noch über ein Zentimeter verloren geht, nicht besonders geeignet ist. Um die Möglichkeit von Doppelstößen möglichst auszuschließen, verfuhr ich so, daß ich mit einer Klappvorrichtung das mit Polonium bedeckte Blechstück dicht vor die Blende B_1 klappte, dort zwei Sekunden ließ, dann zurückbewegte und einige Sekunden wartete, ob eine Bewegung des Elektrometers auftrat, und diese „Schießversuche" so lange wiederholte, bis ein Treffer zu beobachten war, dessen Wirkung registriert wurde.

Eine von den so erhaltenen Versuchsreihen sei hier mitgeteilt; die Größe der bei den einzelnen Stößen übertragenen Elektrizitätsmengen ist hier zunächst in willkürlichem Maße angegeben. Die entsprechende Bewegung des Lichtzeigers auf der Skala betrug, mit der verschiedenen Empfindlichkeit innerhalb des Bereiches der Skala veränderlich, 8 bis 10 mm. Es sind alle Stöße registriert, wie sie sich folgten. Zeile 3 Nr. 4 und Zeile 4 Nr. 2 heben sich durch ihre Größe als Doppelstöße hervor. Zeile 6 Nr. 2 ist wohl als Störung (Luftaktivität) auszuschließen. Dementsprechend ist auch das unten stehende Mittel gebildet.

Ladungsstöße, durch einzelne α-Teilchen verursacht.

47	44	42	31
49	50	57	44
49	48	54	99*
50	94*	32	36
41	43	48	47
49	18†	50	48
42	53	45	

Mittel = 49.

Diese Größe umgerechnet, ergibt als Größe der übertragenen Elektrizitätsmenge bei einem Stoß 14,4 Millivolt × cm.

Nun entsprechen 1000 Ionen einem Ladungsübergang von 0,140 Millivolt × cm. Folglich würden sich für die letzten 2,5 cm der Bahn eines α-Teilchens von Polonium die Ionenzahl 103000 ergeben. Es kann bei diesen Messungen zunächst noch keine große Genauigkeit erwartet werden, die Schlußzahl ist aber in genügender Übereinstimmung mit Angaben von anderen Autoren.

Auffällig war mir bei den Messungen, daß erst bei einer so scharfen Abblendung des Strahlenganges eine genügend deutlich ausgesprochene Häufungsstelle für die Stoßgröße sich zu bilden schien, da nach den über die Streuung der α-Teilchen bekannten Angaben[1]) auch bei viel geringerer Abblendung die Begrenzungswände keine Störung bedingen sollten; eine Veränderung der an das Gefäß angelegten Spannung, ob 2 oder 80 Volt, bewirkte keinen Unterschied.

Die bei den vorliegenden Messungen zum ersten Male beobachtete Schwankung der natürlichen Ionisation wird bei feinsten Messungen stets als Störungsquelle zu beachten sein.

Für freundliche Anteilnahme an dem Fortgang der Arbeit und gütige Gewährung der Mittel des Instituts beim Aufbau des Instruments, das erst nach mannigfachen Umformungen seine oben beschriebene Gestalt annahm, bin ich Herrn Prof. W. Kaufmann zu besonderem Danke verpflichtet.

1) H. Geiger, Proc. Roy. Soc. **83** A, 492, 1910.

Königsberg, Phys. Institut der Universität.

(Eingegangen 10. April 2912.)

Geschwindigkeitsänderung von β-Strahlen beim Durchdringen von Materie.

Von O. v. Baeyer.

Mit Tafel XVIII.

In einer früheren Arbeit[1]) sind Versuche von v. Baeyer, Hahn und Meitner über die Geschwindigkeitsänderung, die β-Strahlen beim Durchdringen von Materie erleiden, mitgeteilt worden. Es zeigte sich, daß bei den β-Strahlen des *ThA*[2]) von 0,63 und 0,72 Lichtgeschwindigkeit die Geschwindigkeitsänderung in Aluminium nach der photographischen Methode quantitativ feststellbar ist.

In der vorliegenden Arbeit sind diese Versuche fortgesetzt worden, mit der Absicht, die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsänderung von der Dicke der durchstrahlten Schicht und dem Material der Schicht zu bestimmen.

Die experimentelle Anordnung war dieselbe wie früher. Als aktives Präparat[3]) diente zunächst wieder der aktive Niederschlag des Thoriums und zwar wurden zur Messung nur die beiden gut definierten β-Strahlen des *ThA* von 0,63 und 0,72 Lichtgeschwindigkeit verwendet, da, wie schon in der oben zitierten Arbeit erörtert wurde, an den schnellen β-Strahlen, die der aktive Niederschlag des Thoriums außerdem

1) O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 275, 1911.

2) In der vorliegenden Arbeit sind noch die alten Bezeichnungen für die Thoriumprodukte angewendet.

3) Das Radiothorpräparat, das zur Aktivierung diente, verdanke ich dem freundlichen Entgegenkommen von Herrn Prof. O. Hahn.

aussendet, eine Geschwindigkeitsänderung mit der hier verwandten Versuchsanordnung sich nicht nachweisen läßt.

Der aktivierte Messingdraht von 1 cm Länge und 0,3 mm Dicke wurde in die jeweilig zu untersuchende Folie eingewickelt. Die Dicke der Folie wurde sowohl durch direkte Dickenmessung mit dem Zeißschen Tiefentaster als auch durch Wägung bestimmt. In mehreren Fällen wurden die β-Strahlen nicht nur wie früher nach einer Seite abgelenkt, sondern durch Kommutieren des Magnetfeldes nach beiden Seiten. Das Präparat war so stark, daß man durch Exposition von 4 Stunden und nach Kommutierung des Feldes von 8 Stunden hinreichend kräftige Bilder erhielt. Die auf diese Weise erzielte Verdoppelung der auszumessenden Abstände läßt eine etwas größere Genauigkeit der Meßresultate erzielen.

Als Material wurde zunächst Aluminium verwendet, das wegen seiner geringen Absorption Aufnahmen bis zu 0,066 mm Schichtdicke zuließ.

Proben der so erhaltenen Aufnahmen sind in der Figur (auf Tafel XVIII) in etwa dreifacher Vergrößerung wiedergegeben.

Die drei Spektren sind so übereinander angeordnet, daß die den α-Strahlen entsprechenden mittleren Streifen auf einer Vertikalen liegen, rechts und links davon sind die abgelenkten Streifen der β-Strahlen zu erkennen.

Das mittlere Spektrum ist ohne bedeckende Aluminiumschicht aufgenommen, der untere Teil der Figur gibt das magnetische Spektrum der β-Strahlen nach dem Durchtritt durch 0,022 mm *Al*, der obere nach Durchlaufen der doppelten Schichtdicke.

Man erkennt ohne weiteres die beträchtliche Zunahme der Ablenkbarkeit.

Die Ausmessung der einzelnen Bilder ergab die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte. Gleichzeitig sind die Resultate einer zweiten Meßreihe angeführt, die aus Aufnahmen mit einseitiger Ablenkung gewonnen wurden.

Tabelle I.

Dicke der durchlaufenen Aluminiumschicht mm	Einseitige Ablenkung (die gemessenen Werte mit 2 multipliziert)		Ablenkung nach beiden Seiten	
	$\beta=0{,}63$ mm	$\beta=0{,}72$ mm	$\beta=0{,}63$ mm	$\beta=0{,}72$ mm
0	3,08	3,86	3,12	3,92
0,022 (1 Blatt)	3,24	4,22	3,26	4,28
0,045 (1 Blatt)	3,40	4,60	3,44	4,60
0,044 (2 Blätter von je 0,022)	3,44	4,72	—	—
0,066 (3 Blätter)	3,62	5,22	—	—

Wie man aus den gemessenen Werten erkennt, ist die Übereinstimmung im allgemeinen gut. Aus der Größe der Ablenkung, den Apparatdimensionen und der Stärke des magnetischen Feldes wurde die Geschwindigkeit der β-Strahlen nach der aus dem Relativitätsprinzip folgenden Beziehung ausgerechnet, wobei $\frac{e}{m_0} = 1{,}77 \cdot 10^7$ elektromagn. Einh. gesetzt wurde. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Tabelle II.

Dicke der durchlaufenen Aluminiumschicht mm	Hg	β	Hg	β
0	1740	0,716	1390	0,634
0,022	1666	0,701	1275	0,601
0,045	1581	0,682	1175	0,570
0,066	1514	0,666	1062	0,531

Die Zahlen der Tabelle zeigen zunächst, daß die schnelleren β-Strahlen einen wesentlich geringeren Geschwindigkeitsverlust erleiden, wie die langsameren. Trägt man die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der durchlaufenen Schichtdicke in einer Kurve auf, so erhält man für jeden der beiden β-Strahlen angenähert eine gerade Linie. Die Neigung der beiden Geraden ist aber verschieden. Daraus geht hervor, daß die Geschwindigkeitsänderung nicht vollkommen einheitlich für alle Teilchen des β-Strahls erfolgt, denn sonst müßte sich die Geschwindigkeitsänderung des schnelleren β-Strahles bei zunehmender Dicke der durchstrahlten Schicht allmählich dem Wert nähern, der für die langsameren β-Strahlen gilt.

Es ist demnach anzunehmen, daß bei dem Durchdringen der Aluminiumfolie der ursprünglich sehr homogene β-Strahl etwas inhomogener wird.

Diese Inhomogenität kann zum Teil dadurch entstehen, daß die β-Strahlen die Aluminiumschicht teilweise schief durchdringen und dadurch verschiedene Strecken in dem Aluminium zurücklegen. Ob auch noch unter Vermeidung dieses Umstandes eine Inhomogenität auftreten würde, wie sie in sehr hohem Grade bei dem Durchgang von Kathodenstrahlen durch Aluminium beobachtet wurde, müssen erst weitere Versuche lehren.

Aus der Breite der β-Strahlstreifen läßt sich kaum ein Schluß auf die Inhomogenität ziehen.

Es ist zwar eine gewisse Verbreiterung z. B. in dem oberen Spektrum der Figur zu erkennen, diese kann aber noch einen anderen Grund haben. Es wird nämlich die Strahlungsquelle durch Bedecken des aktivierten Drahtes mit Folie infolge der Streuung der β-Strahlen in der Aluminiumschicht verbreitert und dadurch natürlich auch eine Verbreiterung des β-Strahlstreifens bewirkt.

Eine Gesetzmäßigkeit zwischen Geschwindigkeit des β-Strahls und der Dicke der durchlaufenen Schicht läßt sich aus den bisher angeführten Versuchen nicht ableiten. Dazu ist es nötig, die Versuche auf ein größeres Geschwindigkeitsintervall zu erstrecken.

Deshalb wurden die Versuche mit einem sehr starken Mesothor-2-Präparat weitergeführt, das, wie vor kurzem gezeigt wurde[1]), außer schnelleren β-Strahlen 5 kräftige β-Strahlen zwischen 0,57 und 0,39 Lichtgeschwindigkeit aussendet. Das Präparat (ein dünner, nach dem Verfahren von L. Meitner elektrolytisch mit Mesothor 2 bedeckter Draht) wurde mir von Herrn Prof. O. Hahn und Frl. Dr. Meitner in freundlichster Weise zur Verfügung gestellt.

Die Ergebnisse, die an 4 β-Strahlen des Mesothor 2 gewonnen wurden, sind in der nachfolgenden Tabelle III aufgeführt.

Die erste Spalte gibt die Geschwindigkeit der β-Strahlen, die zweite die Dicke der durchlaufenen Aluminiumschicht. Außerdem sind die schon oben angegebenen Werte für die beiden β-Strahlen des *ThA* noch einmal angegeben, ferner das Ergebnis der Messungen von R. Whiddington[2]), der die Versuche von Warburg und Leithäuser[3]) speziell in Hinsicht auf die Messung der Geschwindigkeitsänderung von Kathodenstrahlen wiederholt hat, und endlich die Messungen von W. Wilson[4]) an sehr schnellen β-Strahlen.

R. Whiddington fand für das von ihm untersuchte Geschwindigkeitsintervall folgende Beziehung erfüllt:

$$\beta_0^4 - \beta_x^4 = a \cdot x \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

wo

β_0 die anfängliche Geschwindigkeit des β-Strahls (in Prozenten Lichtgeschwindigkeit),

β_x die Geschwindigkeit nach Durchlaufen der Schichtdicke x (in mm),

a eine Konstante darstellt.

Bei der Prüfung der Gültigkeit dieser Beziehung kann es sich nur um die Frage handeln, ob dieselbe im großen und ganzen erfüllt ist; denn wie oben erwähnt, tritt gleichzeitig mit der Geschwindigkeitsänderung eine gewisse Inhomogenität auf, die sich besonders bei den langsamen β-Strahlen und den Kathodenstrahlen bemerkbar macht.

Tabelle III.

Geschwindigkeitsänderung in Aluminium.

Geschwindigkeit der β-Strahlen	Durchlaufene Schicht Aluminium mm	Konstante a	
0,939	0		
0,923	0,245	0,21	W. Wilson
0,912	0		
0,893	0,245	0,23	W. Wilson
0,855	0		
0,750	0,245	0,89	W. Wilson
0,716	0		
0,701	0,022	0,97	
0,682	0,045	0,81	
0,662	0,066	1,07	
		Mittel 0,95	
0,634	0		
0,601	0,022	1,41	
0,570	0,045	1,24	
0,531	0,066	1,24	
		Mittel 1,30	
0,571	0		
0,563	0,0039	1,49	
0,556	0,0078	1,37	
0,551	0,014	1,00	
		Mittel 1,29	
0,497	0		
0,481	0,0039	1,92	
0,478	0,0078	1,13	
0,463	0,014	1,08	
		Mittel 1,38	
0,428	0		
0,407	0,0039	1,56	
0,396	0,0078	1,15	
		Mittel 1,35	
0,391	0		
0,370	0,0039	1,18	
0,334	0,0078	1,40	
		Mittel 1,29	
0,20	—	0,9	Whiddington

Es wurde in der Weise verfahren, daß die Größe a für sämtliche Messungen berechnet wurde (Spalte 3 der Tabelle III). Die Werte für einen einzelnen β-Strahl bei verschiedenen durchlaufenen Aluminiumdicken weichen ziemlich stark voneinander ab, jedoch stimmen die Mittelwerte für die verschiedenen von mir untersuchten β-Strahlen verhältnismäßig gut überein.

Es wird also durch die Formel (1) die Geschwindigkeitsänderung der β-Strahlen in dem hier in Betracht kommenden Geschwindigkeits-

1) O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **13**, 264, 1912.

2) R. Whiddington, Proc. of the Cambridge Phil. Soc. **16**, 326, 1911.

3) Warburg, Berl. Ber., S. 267, 1902; Leithäuser, Ann. d. Phys. **15**, 283. 1904.

4) W. Wilson, Proc. Royal Soc. **84**, 141, 1910.

intervall so gut dargestellt, wie es die Genauigkeit der Messungen zuläßt.

Im einzelnen betrachtet, ist nur der Wert für den β-Strahl von 0,72 Lichtgeschwindigkeit deutlich kleiner wie die übrigen von mir beobachteten Werte und nähert sich dem von Wilson für den β-Strahl von 0,855 Lichtgeschwindigkeit gemessenen Wert. Der Wert, den Whiddington an Kathodenstrahlen für die Größe a erhielt, ist kleiner als die entsprechenden Werte bei den langsamen β-Strahlen. Diese Abweichungen sind wahrscheinlich darauf zurückzuführen, daß bei meinen Ausmessungen der photographischen Platten auf die Mitte des β-Strahlstreifens eingestellt wurde, während Whiddington bei der im Vergleich zur Spaltbreite großen Aufspaltung die Lage des Intensitätsmaximums bestimmen konnte, das immer auf der weniger abgelenkten Seite des β-Strahlstreifens liegt. Vollkommen fallen dagegen die Werte von W. Wilson, die an sehr schnellen β-Strahlen beobachtet wurden, heraus.

W. Wilson zeigte, daß seine Messungen eher einer Beziehung von der Form genügen:

$$E_0 - E_x = a \cdot x,$$

wo E_0 und E_x die Energie des β-Strahlteilchens vor und nach Durchdringen der Schichtdicke x darstellt.

Diese Beziehung ist aber für die Messungen an langsameren β-Strahlen und Kathodenstrahlen nicht so gut erfüllt, wie die oben angegebene.

So viel steht jedenfalls fest, daß die schnellen β-Strahlen oberhalb 0,8 Lichtgeschwindigkeit eine sehr viel geringere Geschwindigkeitsänderung erleiden, als man es nach den Ergebnissen bei den langsamen β-Strahlen und den Kathodenstrahlen erwarten sollte. Es erscheint überhaupt fraglich, ob sich das Verhalten der β-Strahlen in dieser Beziehung in dem ganzen Geschwindigkeitsbereich von der Lichtgeschwindigkeit abwärts durch eine einfache Formel ausdrücken läßt.

Die Geschwindigkeitsänderung wurde anschließend an diese Versuche auch bei einigen anderen Materialien untersucht, und zwar an Zinn, Kupfer und Platin. Diese Versuche sind durch die starke Absorption, die die β-Strahlen in dichteren Materialien erleiden, erschwert. Man ist dadurch gezwungen, sehr dünne Schichten zu verwenden. Es gibt aber nur wenige reine Metalle, die sich so dünn auswalzen lassen. Die im Handel befindlichen dünnen Folien sind fast stets aus Legierungen hergestellt und gewöhnlich von Punkt zu Punkt verschieden dick. Ich habe mich deshalb zunächst auf die Untersuchung der oben erwähnten drei Metalle beschränkt und die Geschwindigkeitsänderung lediglich für die beiden β-Strahlen des *ThA* bestimmt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle IV zusammengestellt. In der 1. Spalte sind wieder die Geschwindigkeiten der β-Strahlen angegeben, in der 3. Spalte die Dicken der betreffenden Metallfolien, in der 4. Spalte die äquivalenten Dicken Aluminium, unter der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeitsänderung nur von der Dichte des betreffenden Materials abhängig ist. Endlich wurde auch hier für jede Messung der Wert von a nach Formel (1) berechnet und in der 5. Spalte angeführt. Dabei wurden in der Formel für x nicht die wirklichen Dicken der Metallfolien, sondern die entsprechenden Aluminiumdicken eingesetzt.

Tabelle IV.

Geschwindigkeitsänderung der β-Strahlen des *ThA* in Zinn, Kupfer und Platin.

Geschwindigkeit des β-Strahls	Material	Dicke der betreffenden Schicht mm	Äquivalente Aluminiumschicht	Konstante a
0,716	Zinn	0		
0,71		0,0098	0,026	0,33
0,692		0,017	0,046	0,73
0,664		0,026	0,069	0,99
				Mittel 0,68
0,634	Zinn	0		
0,607		0,0098	0,026	0,99
0,580		0,017	0,046	1,05
				Mittel 1,02
0,716	Kupfer	0,015	0,048	0,97
0,682				
0,716	Platin	0,004	0,032	0,75
0,699				

Aus der Tabelle erkennt man, daß die Geschwindigkeitsänderung der β-Strahlen in Zinn, Kupfer und Platin bei gleicher Dicke der Metallfolien mit wachsender Dichte stark zunimmt und zwar ist sie wenigstens annähernd gleich derjenigen, die in der nach dem Dichtigkeitsverhältnis berechneten äquivalenten Dicke Aluminium auftreten würde. Jedoch ist diese Beziehung nicht genau erfüllt, vielmehr sind sämtliche Werte bis auf den bei Kupfer gefundenen etwas kleiner als in der äquivalenten Dicke Aluminium. Es ist nicht anzunehmen, daß diese Abweichungen lediglich von Ungenauigkeiten der Messung herrühren.

Die Werte, die für die Geschwindigkeitsänderung des β-Strahls von 0,72 Lichtgeschwindigkeit im Zinn erhalten wurden, zeigen auch insofern eine Abweichung von den Werten in Aluminum als für geringe Dicken der Zinnfolie die Geschwindigkeitsänderung sehr klein ist, während sie sich für größere Dicken den Werten für die äquivalente Aluminiumdicke nähert.

Die somit festgestellte Tatsache, daß die

Geschwindigkeitsänderung der hier in Betracht kommenden β-Strahlen in Zinn, Kupfer und Platin eher etwas kleiner ist als in der entsprechenden Schicht Aluminium ist insofern bemerkenswert, als für die Absorption von β-Strahlen gerade das umgekehrte Verhalten beobachtet wurde, d. h. die Absorption von β-Strahlen in Metallen nimmt schneller zu wie die Dichte.

Man kann dies direkt aus den photographischen Aufnahmen erkennen. Während bei Aluminium noch ohne weiteres Aufnahmen des β-Strahls von 0,63 Lichtgeschwindigkeit nach Durchlaufen einer Schicht von 0,066 mm erhalten wurden, waren für Zinn nur Messungen bis zu einer 0,046 mm Aluminium entsprechenden Dicke möglich, während für Kupfer und Platin mit den auf Aluminium berechneten Dicken von 0,048 bzw. 0,032 mm überhaupt keine Messungen wegen der starken Schwächung ausgeführt werden konnten. Dabei wurden sämtliche Versuche unter sonst gleichen Umständen angestellt.

Diese Messungen sind natürlich noch wesentlich verbesserungsfähig, besonders wird es nötig sein, sie auf ein größeres Geschwindigkeitsintervall auszudehnen[1]).

Zusammenstellung der Resultate:

Die Geschwindigkeitsänderung der β-Strahlen in Aluminium wurde für die β-Strahlen von 0,73 bis 0,39 Lichtgeschwindigkeit untersucht.

Einige Messungen der Geschwindigkeitsänderung der β-Strahlen des *ThA* in Zinn, Kupfer und Platin wurden durchgeführt.

1) Anmerkung bei der Korrektur. In neuester Zeit hat Whiddington Messungen der Geschwindigkeitsänderung von Kathodenstrahlen in Gold publiziert (Proc. Roy. Soc. **88**, 360, 1912). Er findet für die Konstante a (in der oben angegebenen Weise auf die äquivalente Aluminiumdicke umgerechnet) den Wert 0,44, also einen Wert, der bedeutend unter dem Werte für Aluminium liegt.

Berlin, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 15. April 1912.)

Die ponderomotorischen Kräfte zwischen Punktladungen in einem mit diffuser elektromagnetischer Strahlung erfüllten Raume und die molekularen Kräfte.

Von E. Madelung.

1. Das Problem, welche Kräfte zwischen elektrischen Punktentladungen zu den elektrostatischen hinzutreten, wenn sie durch eine diffuse elektromagnetische Strahlung in Bewegung gesetzt werden, hat H. A. Lorentz vor längerer Zeit (Kon. Akad. d. Wetensch. te Amsterdam 1900) für den Fall behandelt, daß ihr Abstand groß sei gegenüber der angenommenen Wellenlänge der Strahlung. Er fand, daß keine neue Kraft auftritt, die die Form $\frac{k}{r^2}$ hat, wo k eine von r unabhängige Größe bedeute. Hieraus schloß er, daß die Annahme einer solchen den Weltenraum durchflutenden Strahlung nicht zu einer Erklärung der Gravitation führen könne.

Im folgenden soll nun untersucht werden, welche Kräfte unter den obigen Bedingungen bei kurzer Entfernung der Ladungen voneinander auftreten, mit dem Gedanken zu ermitteln, ob aus derartiger Quelle entspringende Kräfte nicht vielleicht zu einer Erklärung der Molekularkräfte und verwandter Erscheinungen herangezogen werden können.

Das Resultat ist das, daß sich tatsächlich Kräfte ergeben (§ 4). Diese besitzen nun eine so ungewöhnliche Form, daß eine Diskussion betreffs der Möglichkeit ihres tatsächlichen Auftretens in der Natur und der Folgen eines solchen Auftretens einiges Interesse für sich beanspruchen kann.

2. Wir führen Polarkoordinaten ein: r, φ, ϑ. Es erstrecken sich r von $0 - \infty$,

φ von $0 - 2\pi$,

ϑ von $-\frac{\pi}{2} - +\frac{\pi}{2}$. (Fig. 1.)

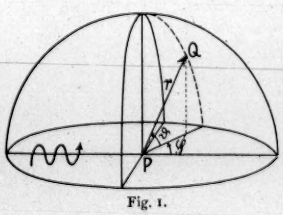


Fig. 1.

Es existiere eine elektromagnetische Schwingung:

Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{n}$,

Richtung der Fortpflanzung: $\varphi = 0$, $\vartheta = 0$,

elektrische Komponente $X \parallel \vartheta = \frac{\pi}{2}$,

Amplitude $= X_0$,

$$X = X_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi c t}{\lambda}\right).$$

Zwei Punktladungen P und Q liegen im Ursprung bezw. in r, φ, ϑ.

Ladung e_1 bezw. e_2,

Masse m_1 bezw. m_2,

v_x Geschwindigkeit $\parallel X$,

X' von einer bewegten Ladung erzeugtes dynamisches Feld X.

Wir gebrauchen die Abkürzung $a = \frac{2\pi r}{\lambda}$.

Es gilt dann $\frac{d v_x}{dt} = \frac{e}{m} \cdot X$. (1)

Eine Ladung, die in der Form

$$v_x = v_{0x} \cdot \cos\left(\frac{2\pi c t}{\lambda}\right)$$

schwingt, liefert ein Feld in r, φ, ϑ (H. Hertz, Ges. W. II, S. 152).

$$X' = \frac{e v_{0x}}{c} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \left| \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} ct - a\right)}{a} \cdot \cos^2\vartheta + \right. \\ \left. + \left(\frac{\cos(-)}{a^2} + \frac{\sin(-)}{a^3}\right) \cdot (2 - 3\cos^2\vartheta) \right| . \quad (2)$$

3. Wir können uns zunächst an die Lorentzsche Rechnung halten. Er zeigt, daß wenn die Verrückung ξ, die eine Ladung erfährt, in jedem Moment proportional der elektrischen Komponente X der Schwingung ist, bei unserem Problem die Kraft zwischen den Ladungen im Zeitmittel wird gleich dem Zeitmittel von

$$K = e_2^2 \cdot k \cdot \frac{\partial (X \cdot X')}{\partial r}, \quad (3)$$

wenn X' klein ist gegen X, wo k definiert ist durch die Gleichung

$$\xi = k \cdot e \cdot X.$$

Es wird nun für unseren Fall

$$\frac{d\xi}{dt} = v,$$

und aus (1)

$$v = -\frac{e}{m} \frac{X_0}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{c} \cdot \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right),$$

also

$$\xi = -\frac{e}{m} \frac{X_0 \cdot \lambda^2}{c^2 \cdot 4\pi^2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda} \cdot t\right) = -\frac{e}{m} \cdot \frac{\lambda^2}{c^2 \cdot 4\pi^2} \cdot X$$

$$k = -\frac{\lambda^2}{m \cdot c^2 \cdot 4\pi^2}.$$

Es wird also

$$\left.\begin{aligned} K &= -\frac{e_2^2}{m_2} \cdot \frac{\lambda^2}{c^2 \cdot 4\pi^2} \cdot \frac{\partial (X \cdot X')}{\partial r} \\ &= -\frac{e_2^2}{m_2} \cdot \frac{\lambda^2}{c^2 \cdot 4\pi^2} \cdot X_0^2 \cdot \frac{e_1}{c} \cdot \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{e_1}{m_1} \cdot \\ &\qquad \cdot \frac{\lambda}{2\pi c} \frac{\partial}{\partial r} \{\cdots\} \\ &= -\frac{e_1^2 e_2^2}{m_1 \cdot m_2} \cdot \frac{X^2}{c^4} \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{da}{dr} \cdot \frac{\partial}{\partial a} \{\cdots\}; \\ &\qquad \frac{da}{dr} = \frac{2\pi}{\lambda} \\ &= -\frac{e_1^2 e_2^2 X^2}{m_1 \cdot m_2 \cdot c^4} \cdot \frac{\partial}{\partial a} \{\cdots\} \end{aligned}\right| \quad (3')$$

$$K = L \frac{\partial}{\partial a} \{\cdots\}, \quad (3'')$$

wobei

$$\{\cdots\} = \sin\frac{2\pi c}{\lambda}(t - t') \left| \frac{1}{a} \sin\left(\frac{2\pi c t}{\lambda} - a\right) \cdot \right. \\ \left. \cdot \cos^2\vartheta + \cdots \right|$$

bedeutet (siehe 2) und wo unter t' die Zeitdifferenz verstanden ist zwischen dem Eintreffen einer Welle in P und in Q. Entsprechend der Projektion von PQ auf die Richtung der Strahlung wird

$$t' = \frac{r}{c} \cos\varphi \cos\vartheta,$$

also

$$\frac{2\pi}{\lambda} c t' = a \cdot \cos\varphi \cos\vartheta.$$

Die Größe K stellt die Kraft vor, die zwischen den Ladungen P und Q wirkt. Von dieser Größe interessiert uns nun nur der Mittelwert $\bar{K}$ über die Zeit, den wir daher zunächst bilden wollen. Es sei hier aber erwähnt, daß in der Lorentzschen Ableitung der Form (3) schon eine teilweise Mittelwertsbildung über die Zeit enthalten ist, so daß unser bisheriger Ausdruck nicht etwa die in jedem Augenblick wirkende Kraft streng angibt.

Durch die Mittelwertsbildung geht der obige Klammerausdruck über in[1])

$$2\{\cdots\} = +\frac{1}{a} \cdot \cos(a - a\cos\varphi\cos\vartheta) \cdot \cos^2\vartheta - (2 - 3\cos^2\vartheta)\left(\frac{1}{a^2} \cdot \sin(-) - \frac{1}{a^3} \cdot \cos(-)\right) \\ = \cos(a\cos\varphi\cos\vartheta)\left(\frac{\cos a}{a} \cdot \cos^2\vartheta - (2 - 3\cos^2\vartheta)\left(\frac{\sin a}{a^2} - \frac{\cos a}{a^3}\right)\right) \\ + \sin(a\cos\varphi\cos\vartheta)\left(\frac{\sin a}{a} \cdot \cos^2\vartheta - (2 - 3\cos^2\vartheta)\left(-\frac{\cos a}{a^2} - \frac{\sin a}{a^3}\right)\right).$$

1) $\frac{1}{T}\int_0^T \sin(\varkappa\tau + \alpha)\sin(\varkappa\tau + \beta)\, d\tau = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta)$ $\qquad$ $\frac{1}{T}\int_0^T \sin(\varkappa\tau + \alpha)\cdot\cos(\varkappa\tau + \beta)\, d\tau = \frac{1}{2}\sin(\alpha - \beta)$.

4. In unserem Problem hatten wir nun eine diffuse Strahlung zugrunde gelegt. Es bedeutet dies eine solche, die ihre Richtung dauernd schnell ändert. Wir wollen dieser Forderung dadurch Rechnung tragen, daß wir den Mittelwert der Kraft zwischen P und Q berechnen, wenn Q gleichmäßig auf der Kugel mit Radius r um P bewegt würde. Wir haben also zu bilden:

$$F = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\varphi \, d\vartheta \cdot \cos\vartheta \cdot \overline{K}(\varphi, \vartheta). \qquad (4)$$

Es ist nun

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\varphi \, d\vartheta \cdot \cos\vartheta \cdot \cos(a \cos\varphi \cos\vartheta) = + \frac{\sin a}{a}$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\pi} d\varphi \, d\vartheta \cdot \cos^3\vartheta \cdot \cos(a \cos\varphi \cos\vartheta) = \frac{\sin a}{a} + \frac{\cos a}{a^2} - \frac{\sin a}{a^3}$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} d\varphi \, d\vartheta \cdot \cos\vartheta \cdot \sin(a \cos\varphi \cos\vartheta) = 0$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\pi} d\varphi \, d\vartheta \cdot \cos^3\vartheta \cdot \sin(a \cos\varphi \cos\vartheta) = 0 \,^{1}).$$

Es wird also:

$$F = \frac{L}{2} \frac{d}{da} \left\{ \left(-\frac{2 \sin a}{a^2} + \frac{2 \cdot \cos a}{a^3} \right) \cdot \frac{\sin a}{a} + \left(\frac{\cos a}{a} + \frac{3 \sin a}{a^2} - \frac{3 \cos a}{a^3} \right) \left(\frac{\sin a}{a} + \frac{\cos a}{a^2} - \frac{\sin a}{a^3} \right) \right\}$$

$$= \frac{L}{2} \cdot \frac{d}{da} \left\{ \frac{1}{2} \frac{\sin 2a}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \frac{1}{2} \frac{\sin 2a}{a^4} - \frac{3}{a^5} + \frac{3}{2} \frac{\sin 2a}{a^6} \right\} \cdots \qquad (5)$$

1) Man kommt zu der Lösung dieser etwas ungewöhnlichen Integrale, wenn man den Wert $\cos(a \cos\varphi \cos\vartheta)$ nach Potenzen entwickelt und die einzelnen Glieder integriert. Die Identität der dann resultierenden Summen mit den oben rechtsstehenden Ausdrücken ist dann leicht zu verifizieren.

$$F = -\frac{1}{2} \frac{e_1^2 \cdot e_2^2}{m_1 \cdot m_2} \frac{X_0^2}{c^4} \left\{ \frac{\cos 2a}{a^2} - \frac{\sin 2a}{a^3} + \frac{\cos 2a - 3}{a^4} - \frac{2 \sin 2a}{a^5} + \frac{15 + 3 \cos 2a}{a^6} - \frac{9 \cdot \sin 2a}{a^7} \right\} \qquad (6)$$

$$= \frac{L}{2} \cdot f(a).$$

5. Diese Formel (6) enthält die Lösung des oben gestellten Problems. Es fällt in ihr zunächst wohl besonders auf, daß sie so hohe Potenzen des Abstandes enthält. Man könnte aus der Form schließen wollen, daß die Kraft mit abnehmender Entfernung der Ladungen unendlich groß von 7. oder mindestens 6. Ordnung werde. Das ist aber tatsächlich nicht der Fall, wie sich ergibt, wenn man die sin und cos nach steigenden Potenzen entwickelt. Wir finden dann

$$f(a) = + \frac{0{,}7333}{a^2} + 0{,}5715 - 0{,}3682 \cdot a^2 + \left(+ 0{,}06020 \cdot a^4 - 0{,}004774 \cdot a^6 + \cdots \right). \qquad (6')$$

Also für kleine Werte von a wird

$$f(a) = 0{,}733 / a^2. \qquad (7)$$

Die höheren negativen Potenzen gehen bei der Entwicklung verloren.

Für große Werte von a andererseits erhalten wir

$$f(a) = -\frac{\cos 2a}{a^2}. \qquad (8)$$

In den folgenden Figuren (2 und 3) habe ich den Verlauf von $f(a)$ und $a^2 \cdot f(a)$ dargestellt.

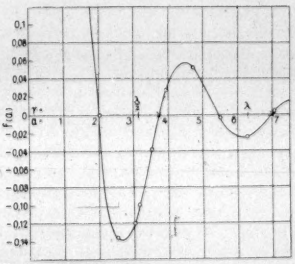


Fig. 2.

Aus naheliegenden Gründen möchte ich für diese Kraft einen Namen haben und werde sie

1) $0{,}7333 = \frac{11}{15}$; $0{,}5715 = \frac{4}{7}$; $0{,}3682 = \frac{116}{315}$; $0{,}06020 = \frac{1882}{31185}$ usw.

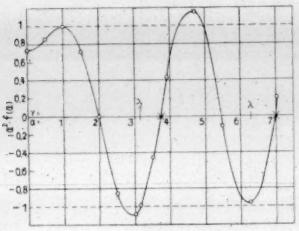


Fig. 3.

daher im weiteren als „Strahlungsattraktion" bezeichnen.

6. Es soll nun untersucht werden, was für Konsequenzen sich ergeben würden, wenn die Welt tatsächlich erfüllt wäre von einer diffusen, monochromatischen Strahlung sehr kleiner Wellenlänge[1]). Die Existenz einer solchen wäre ja an sich nicht unmöglich und würde uns vollständig verborgen geblieben sein, wenn sie nicht zu Wärmewirkung, Ionisation oder zu chemischen Reaktionen Anlaß geben könnte.

Man kann wohl annehmen, daß bei hinreichend kurzer Wellenlänge alle diese normalen Eigenschaften einer elektromagnetischen Strahlung verloren gehen.

7. Zunächst ergibt sich in Übereinstimmung mit H. A. Lorentz, daß im Mittel keine Kraft $\frac{k}{r^2}$ auftritt. Ausgedehnte, aus Punktladungen aufgebaute Massen können also keine Anziehung oder Abstoßung aufeinander ausüben. Eine Erklärung für die Gravitation ist auf diesem Wege nicht zu geben.

Wohl aber wirken kleine Mengen in kurzem Abstand aufeinander. Ich denke hierbei an Systeme, bestehend zunächst aus gleichviel positiven und negativen Elektronen, etwa wie das Thomsonsche oder ähnliche Atommodelle.

Um nun die hier auftretende Kraftwirkung zu beurteilen, beachten wir, daß die rein elektrostatischen Kräfte verschwinden. Es kommen jetzt aber hinzu die „Strahlungsattraktionen" 1. zwischen den negativen Bestandteilen des Systems auf die negativen des andern, 2. das gleiche zwischen den negativen und den positiven und 3. die zwischen positiven und positiven. In unserer Formel steht nun die Größe $\frac{e_1}{m_1} \cdot \frac{e_2}{m_2}$ als Faktor. $\frac{e}{m}$ ist aber für die positiven Elektronen mindestens 1000mal kleiner als für die negativen. In praxi kann also nur die Strahlungsattraktion zwischen den negativen Elektronen in Betracht kommen.

Die Kraft nun, die zwei Modellatome aufeinander ausüben, ist eine komplizierte Funktion der Entfernung. Ihre exakte Form ist natürlich nur bei Zugrundelegung eines ganz bestimmten Modells anzugeben. Man kann aber das erkennen, daß das Vorzeichen der Kraft mit der Entfernung dauernd wechselt. Dies führt zu stabilen Gleichgewichtslagen in solchen Entfernungen, wo mit Annäherung das Auftreten des negativen Vorzeichens also Abstoßung, mit Entfernung aber Anziehung verbunden ist. Dies würde zum Beispiel dann der Fall sein, wenn die Entfernung der einander nächsten negativen Bestandteile der beiden betrachteten Modelle etwa $0{,}6\,\lambda$ beträgt (siehe Figur), was natürlich durch die übrigen Elektronen wieder modifiziert werden kann, deren Wirkung aber, wegen ihrer größeren Entfernung, von geringerem Betrage ist.

Die Strahlungsattraktion würde daher zu stabilen Systemen von Atomen führen, zu Raumgittern, wie wir sie in den Kristallen anzunehmen pflegen. Sie würde uns also zu einem physikalischen Verständnis eines festen Aggregatzustandes verhelfen. Es liegen hier sonst, wenn wir nur Zentralkräfte der Form $\frac{k}{r^n}$ annehmen, bedeutende Schwierigkeiten vor. Es läßt sich leicht zeigen, daß für solche Kräfte der Exponent n nicht kleiner als 4 gewählt werden darf, da sonst der innere Druck, der durch sie entsteht, mit zunehmender Ausdehnung auch dauernd wächst. Es müßten also alle aus den Molekularkräften folgenden Größen, wie Dichte, Elastizität usw. eine Funktion der Ausdehnung des Stoffes sein, was nicht zutrifft. Zentralkräfte aber, die mit so hohen Potenzen der Entfernung abnehmen, scheinen mir physikalisch zurzeit in keiner Weise auf sonst bekannte Verhältnisse zurückzuführen zu sein.

Es könnte nun scheinen, daß ein ähnlicher Einwand auch hier gemacht werden müßte. Wir haben hier ja eine Kraft, die, abgesehen vom Kosinus des Zählers, die Form $\frac{1}{r^2}$ hat. Es ist aber gerade der Zähler, der ihr diesen Charakter wieder nimmt. Die Wirkung entfernterer Teile summiert sich hier nämlich mit zunehmender Entfernung nicht zu immer zunehmenden Beträgen, sondern indem der Zähler bald positiven, bald negativen Wert hat, nimmt die Summe mit zunehmendem Abstand sehr schnell einen definitiven Wert an.

1) Betreffs der Zulässigkeit einer derartigen Annahme als Grundlage weiterer Betrachtungen glaube ich mich auf die zitierte Arbeit von H. A. Lorentz berufen zu können.

8. Die Annahme von Kräften, die periodisch in gewissen Entfernungen verschwinden, läßt, abgesehen vom Raumgittersystem der Kristalle, noch andere stabile Anordnungen verstehen. So könnte man schon das Atommodell in der Thomsonschen Form ohne die Annahme der von kontinuierlicher positiver Ladung erfüllten Sphäre darstellen, auch sind viele Anordnungen von Elektronen in ihm noch stabil, die es sonst nicht sind. Man könnte versucht sein, auch die chemischen Verbindungen als stabile Systeme von diesem Standpunkt aus zu betrachten. Man gewinnt aber nichts damit, als die Erkenntnis einer weitgehenden Mannigfaltigkeit von Möglichkeiten. Ich halte es für verfrüht, hier irgendwelche bestimmte Anordnungen, die sich nur mit Willkür auswählen ließen, eingehender zu diskutieren.

Es mag noch erwähnt werden, daß, weil die Ausdehnung eines Körpers hier eine elektromagnetische Begründung erfährt, die Lorentz-Kontraktion, also eine der wesentlichsten Grundlagen der Relativitätstheorie, auf bekannte physikalische Verhältnisse sich zurückführen läßt. Das gleiche würde auch für die Deformation des bewegten Elektrons gelten, wenn auch seine Form, d. h. sein stabiler Aufbau aus noch kleineren Partikeln, eine elektromagnetische Erklärung zuläßt. Ein Versuch, dies zu tun, ist im § 12 enthalten.

9. Interessante Verhältnisse ergeben sich für die Bewegung eines Elektrons in der Nähe eines positiv geladenen einzelnen Atoms, der Vorgang der Wiedervereinigung eines dissoziierten Atoms. Das Elektron wird zunächst Planetenbewegungen um das Anziehungszentrum als Brennpunkt ausführen, die allmählich durch Strahlung gedämpft werden und schließlich zur Vereinigung der Ionen führen. Diese Bewegung wird nun durch die Strahlungsattraktion modifiziert. Nehmen wir den Spezialfall der Kreisbahn, so würde diese durch Dämpfung in eine gleichmäßig enge Spirale übergehen. Infolge der neuen Kraft wird diese Abnahme des Radius nicht gleichförmig erfolgen, sondern da die Zentralkraft eine periodische Komponente hat, auch als periodische Funktion des Abstandes. Dementsprechend wird auch die ausgesandte Strahlung zwar eine kontinuierlich abnehmende Wellenlänge haben, aber ihre Intensität wird sich periodisch hierbei ändern. Das resultierende Spektrum wird den allgemeinen Charakter einer Bande haben, die aus Linien in regelmäßigem Abstand besteht. Welche Komplikationen dadurch auftreten, daß auch andere Bahnen als die Kreisbahn existieren, und die Strahlungsattraktion nicht von einem, sondern mehreren Punkten ausgeht, läßt sich auf elementarem Wege kaum übersehen.

Man erkennt, daß die Annahme relativ einfacher Atommodelle zu überaus komplizierten Strahlungsvorgängen, d. h. Spektren, führen kann, wenn man neben den statischen Kräften die Existenz der Strahlungsattraktion zuläßt. Man müßte dann die Ursache für die verwickelten Zusammenhänge in der Spektroskopie, weniger in Kompliziertheit der Atome als der Kräfte zwischen seinen Bestandteilen suchen.

10. Etwas anders liegen die Verhältnisse, wenn die elektrostatische Anziehung $\frac{A}{r^2}$ zwischen Elektron und positivem Atomion kleiner ist als der Maximalwert der Strahlungsattraktion. Wir kommen dann wieder zu stabilen Lagen des Elektrons in gewissen Entfernungen. Um diese Stellen kann nun das Elektron Schwingungen ausführen. Die Frequenz n berechnet sich in bekannter Weise nach der Formel

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}},$$

wo D die Direktionskraft bedeutet. D wird nun gleich $\frac{dF}{dr}$, also wenn wir von höheren Potenzen von r absehen, wird

$$D \backsim \frac{\sin 2a}{r^2}.$$

In den Gleichgewichtslagen gilt nun

$$F = L \cdot \frac{\cos 2a}{a^2} = -\frac{A}{r^2}.$$

Es hat also in allen diesen Lagen $\cos 2a$, also auch $\sin 2a$, denselben Wert, also

$$D \backsim \frac{1}{r^2} \quad \text{und} \quad n \backsim \frac{1}{r}.$$

Die Arbeit andererseits, die erforderlich ist, um das Elektron ganz vom Atomion zu trennen, es abzudissoziieren, ist gleich

$$E = \int_r^\infty F \cdot dr + \int_r^\infty \frac{A}{r^2} \cdot dr;$$

Dies ergibt, wenn wir wieder von höheren Potenzen absehen,

$$E = -\frac{A}{r}; \text{ also wird } n \backsim E.$$

Wir finden den Satz: Die Dissoziationsarbeit aus einer Ruhelage ist proportional der Schwingungsfrequenz in ihr.

11. Durch die Einführung des Begriffs „diffuse“ Strahlung ist ein Moment in die Betrachtung gezogen, das sonst bei molekularen Kräften nicht vorkommt, die Wahrscheinlichkeit. Da der berechnete Wert der Strahlungsattraktion nur ein Mittelwert ist, so wird auch

sein Betrag Schwankungen erleiden. Es kann deshalb auch vorkommen, daß Systeme, die normalerweise stabil sind, es für kurze Zeiten einmal nicht mehr sind, und daß sie dann innerhalb dieser Zeit zerfallen. Es könnte dies eine Erklärung sein für den gleichmäßigen radioaktiven Zerfall vieler Elemente. Bei alleiniger Annahme rein kontinuierlicher Kräfte ist ein derartiger kontinuierlicher Verlauf undenkbar. Entweder ist dann ein System stabil, dann kann es nur durch fremde Störungen zertrümmert werden, oder es ist nicht stabil, dann ist seine lange Existenz während eines Zeitraumes von Jahrtausenden unmöglich. Was für Störungen aber ein stabiles, radioaktives Atom zum Zerfall bringen sollen, ist physikalisch zurzeit absolut dunkel.

12. Ich habe auf dem folgenden Wege versucht, die Größe der zwei charakteristischen Konstanten X_0 und λ zu bestimmen. Betreffs der Wellenlänge λ kann man a priori aussagen, daß ihre Größenordnung ungefähr 10^{-8} cm betragen muß, da dies die Größenordnung der Abstände von Atomen in festen Körpern ist, der nach § 7 $= 0{,}6\ \lambda$ sein sollte.

Ich komme nun auf einem ganz anderen Weg zu der gleichen Zahl.

Ich mache die Annahme, die Bestandteile eines Elektrons werden selbst zusammengehalten durch die Strahlungsattraktion. Da sie sich im Gleichgewicht befinden, ist ihre elektrostatische Abstoßung gleich der Anziehung. Es gilt also in Berücksichtigung der kurzen Entfernung ihrer Bestandteile für diese:

$$\frac{e^2}{r^2} = -F = \frac{e^4}{m^2}\cdot\frac{X_0^2}{c^4}\cdot\frac{0{,}733}{2a^2};\quad a = \frac{2\pi r}{\lambda},$$

also

$$1 = \frac{e^2}{m^2}\cdot\frac{X_0^2}{c^4}\cdot\frac{0{,}733}{2}\cdot\frac{\lambda^2}{4\pi^2}.$$

Dies liefert eine Beziehung zwischen $\frac{e}{m}$ und $X_0\cdot\lambda$. Daß das Gleichgewicht im Elektron hierbei ein stabiles ist, ergibt sich sofort. Würde nämlich die elektrostatische Abstoßung die Strahlungsattraktion überwiegen, so würde das Elektron sich ausdehnen. Infolgedessen sänke der Wert von m, so daß $\frac{e}{m}$ wüchse und mit ihm die Anziehung, bis das Gleichgewicht eingetreten wäre.

Unsere Gleichung liefert uns also

$$X_0\cdot\lambda = \frac{2\pi\cdot c^2}{\frac{e}{m}}\cdot\sqrt{\frac{2}{0{,}733}} = \frac{2\pi\cdot c^2}{\frac{e}{m}}\cdot 1{,}65 = 1{,}73\cdot 10^4.$$

Führen wir nun diesen Wert für X_0 in die Gleichung (6) ein, so finden wir die merkwürdig einfache Form:

$$F = -\frac{e^2}{r^2}\cdot\frac{1}{0{,}733}\cdot\{\cos 2a - \cdots\}. \quad (6a)$$

Die Quantentheorie liefert uns die Beziehung:

$$\frac{\varepsilon}{n} = h = 6{,}5\cdot 10^{-27}.$$

Im behandelten Fall der Dissoziation (§ 10) ergibt sich für

$$\varepsilon = \int_r^\infty \frac{e^2}{r^2} = \frac{e^2}{r} = \frac{2{,}2\cdot 10^{-19}}{r}.$$

n wird $= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}} =$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{4{,}7\cdot 10^{-10}\cdot 5{,}4\cdot 10^{17}}} = 5{,}4\cdot 10^{12}\sqrt{D}.$$

Die Gleichgewichtslage ist definiert durch die Bedingung:

$$F = +\frac{e^2}{r^2};$$

also

$$\cos 2a = 0{,}733;\quad 2a = 2k\pi \pm 43^0.$$

Es wird dann

$$D = \frac{-d\left(F - \frac{e^2}{r^2}\right)}{dr} = +\frac{2e^2}{r^2}\cdot\frac{\sin 2a}{0{,}733}\cdot\frac{da}{dr};$$

$$\sin 2a = 0{,}683;\quad \frac{da}{dr} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

$$\sqrt{D} = \frac{4{,}7\cdot 10^{-10}}{r}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}683}{0{,}733}\cdot\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-9}}{r\sqrt{\lambda}},$$

$$n = \frac{8{,}6\cdot 10^3}{r\cdot\sqrt{\lambda}}$$

$$h = \frac{\varepsilon}{n} = 6{,}5\cdot 10^{-27} = \frac{2{,}2\cdot 10^{-19}}{8{,}6\cdot 10^3}\cdot\sqrt{\lambda},$$

$$\sqrt{\lambda} = 2{,}54\cdot 10^{-4},$$

$$\underline{\lambda = 6{,}4\cdot 10^{-8}},$$

$$\underline{X_0 = 2{,}7\cdot 10^{11}}.$$

Wir gelangen also auf einem zweiten, durchaus verschiedenen Wege zu derselben Größenordnung von λ. Dies erscheint um so beachtenswerter, als die bei der Rechnung auftretenden Zehnerpotenzen außerordentlich groß sind. Man ersieht dies aus der Dimensionsformel $\lambda = \frac{h^2}{e^3}\cdot\frac{e}{m}$.

Gelingt es so, allein aus h, e und $\frac{e}{m}$, die Größenordnung des Atomabstandes richtig zu berechnen, so steht auch die aus denselben Größen und Annahmen berechnete Kompressi-

bilität K in Übereinstimmung mit den Tatsachen. Dies zeigt die folgende Rechnung:

Im Volumen v eines festen Stoffes liegen Nv Atome in kubischer Raumgitteranordnung; also im Abstand $d = N^{-\frac{1}{3}}$. Zwischen diesen Atomen wirken die Kräfte der Strahlungsattraktion, und zwar sollen aus Gründen der Einfachheit nur die zwischen unmittelbaren Nachbarn, und zwar als Wirkung nur zweier Elektronen gerechnet werden. Bei einer Kompression von dv wird dann die Arbeit geleistet $\frac{dv^2}{2v} \cdot \frac{1}{K}$. Die verteilt sich auf die $3 \cdot Nv$-Kräfte zwischen Nachbarn, also entfällt auf jede Kraft $\frac{dv^2}{6 \cdot Nv^2} \cdot \frac{1}{K}$. Der Weg, um den die Atome sich dabei nähern, beträgt $\frac{dv}{3 \cdot v} \cdot d$.

Es tritt also zwischen ihnen bei dieser Annäherung die Kraft auf $= \frac{dv}{v \cdot N \cdot K \cdot d}$. Der Quotient also zwischen Kraft und Verschiebung beträgt

$$\frac{dv}{v} \cdot \frac{3v}{N \cdot K \cdot d\,dv \cdot d} = \frac{3}{N \cdot K \cdot d^2} = \frac{3 \cdot d}{K}.$$

Dieselbe Größe muß sein $= \frac{dF}{dr}$ für $F = o$

also $$= \frac{e^2}{r^2} \cdot \frac{2}{0{,}733} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{3{,}7 \cdot 10^{-18}}{r^2 \cdot \lambda} = \frac{5{,}8 \cdot 10^{-11}}{r^2}.$$

Es wird also sein

$$\frac{3 \cdot d}{K} = \frac{5{,}8 \cdot 10^{-11}}{r^2}.$$

Oder mit Gleichsetzung von d und r

$$d^3 = 1{,}9 \cdot 10^{-11} K$$

z. B. für Eisen, wo $K = 0{,}4 \cdot 10^{-12}$, wird

$$\underline{d = 1{,}97 \cdot 10^{-8}},$$

also durchaus von der richtigen Größenordnung.

13. Überschauen wir die soeben kurz skizzierten Konsequenzen der hypothetischen Strahlungsattraktion, so kann man, wie mir scheint, nicht leugnen, daß eine Reihe von bisher unerklärlichen Verhältnissen in der Welt der Atome mit ihrer Hilfe erklärt werden könnten. Sie nun deswegen schon als wirklich bestehend anzunehmen, wäre ganz sicher verfrüht. Ein Bedürfnis aber nach einer bisher nicht in Rechnung gezogenen Form von Molekularkräften außer den elektrostatischen scheint mir doch vorzuliegen. Ehe man sich nun entschließt, unzufrieden mit einer rein formalistischen Einführung von anziehenden und abstoßenden Kräften hoher Potenz, ganz neuartige Begriffe einzuführen, oder Begriffe wie Elastizität und dergl., die uns für feste Körper geläufig sind, ohne weiteres auf Atome überträgt, sollte man alle diejenigen Kräfte, die ein rein elektromagnetisches Weltbild zuläßt, prüfen, und erst wenn ihre Unzulänglichkeit nachgewiesen ist, weiter gehen. Dieser Nachweis ist aber nunmehr in weite Ferne gerückt.

Besonderes Interesse scheint mir die hier vertretene Anschauung auch deshalb zu verlangen, weil in dem abgeleiteten Satz bezüglich der Proportionalität von Ionisierungsarbeit und Eigenfrequenz eine Andeutung liegt, daß vielleicht hier der Schlüssel zu suchen ist, der uns den Weg von der Quantentheorie zur Maxwellschen Theorie erschließen wird.

Auch die quantitative Rechnung bestätigt die Durchführbarkeit der Hypothese. Es bleibt nur das eine Bedenken übrig, ob eine Strahlung mit der berechneten Wellenlänge schon die im § 6 geforderte Qualität besitzt, da man nach den Arbeiten von Sommerfeld und von Wien den Röntgenstrahlen eine ähnliche Wellenlänge zuschreibt, diese aber, sowie die vielleicht noch kürzeren γ-Strahlen noch beträchtlich Absorption erfahren, sowie photographische und ionisierende Wirksamkeit besitzen. Immerhin ist die Natur und besonders die Wellenlänge der Röntgen- und γ-Strahlen noch nicht vollständig sichergestellt, so daß die erwähnten Bedenken nicht unbedingte Gültigkeit beanspruchen dürfen.

(Eingegangen 26. April 1912.)

Über die Bestimmung des Spannungsknotens von Luftleitern.

Von A. Esau.

Die Bestimmung des Knotenpunktes der Spannung bei Luftleitern geschieht wohl ausschließlich durch Ableuchten mit einem Geißler-Rohr[1]). Bei Sendern ist dieses Verfahren ohne weiteres anwendbar, da die hier vorhandenen Spannungen beträchtlich sind, und die Röhren im allgemeinen gut ansprechen. Indessen zeigt sich schon hier, daß die Methode um so genauere Resultate liefert, je höher die Spannung des Luftleiters ist, und daß bei immer kleiner werdender Verlängerung der Antenne die Festlegung des Knotens unsicher wird.

Die Methode versagt vollständig, wenn man sie beim Empfangsluftleiter anwendet.

Die angeführten Nachteile gaben die Veranlassung zur Ausbildung einer anderen Methode, die sowohl für Sender und Empfänger

1) C. Fischer, Ann. d. Physik **32**, 988, 1910.

brauchbar ist und außerdem die geschilderte an Empfindlichkeit bei weitem übertrifft.

Sie soll im folgenden mitgeteilt werden.

Prinzip der Methode.

Die Methode selbst beruht darauf, daß man am Luftleitergebilde im Knotenpunkt der Spannung eine Erdverbindung anbringen kann, ohne seinen Schwingungsvorgang schädlich zu beeinflussen, während an jeder anderen Stelle die Schwingung selbst mehr oder weniger gestört wird.

Versuchsanordnung.

Als Luftleiter standen mir zur Verfügung:

1. Eine Harfenantenne, bestehend aus zwei Harfen von je zehn Drähten, die 20 m lang und ca. 1 m voneinander entfernt waren. Die eine war vertikal ausgespannt und über Kupferdrahtspulen, die zur Verlängerung des Systems dienten, verbunden mit der anderen horizontal angeordneten. Ihre Entfernung von der Erde betrug 3—4 m.

2. Zwei gerade Drähte von 30 m Länge, die an Stelle der beiden Harfen traten.

3. Zwei Drähte gleicher Länge, die in einer Höhe von 3 m horizontal in gerader Linie ausgespannt waren.

Von den beiden benutzten Empfangssystemen war das eine analog dem zuletzt beschriebenen gebaut; das andere bestand aus einem, in einer mittleren Höhe von 35 m ausgespannten Draht, von dem aus die Zuführung zum Gegengewicht nach unten führte. Dieses bestand aus einem mehrfach im Zickzack geführten geraden Draht in einer Höhe von etwa 5 m über dem Erdboden.

Die unter 1 bis 3 beschriebenen Antennen wurden erregt durch einen Flaschenkreis, der von einem Resonanzinduktor gespeist wurde.

Mit der Antenne lose gekoppelt war ein Meßkreis; als Indikator diente ein Thermoelement in Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer.

Experimentelle Bestimmung des Knotens.

Der Meßkreis wird mit Hilfe des variablen Drehkondensators, dem zur Erhöhung der Ablesegenauigkeit ein kleinerer parallel geschaltet ist, auf die Welle der Antennen abgestimmt. (Ausschlag des Galvanometers $= \alpha$.)

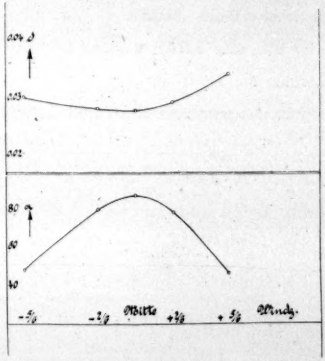
Hierauf wird ein geerdeter Draht an eine der Windungen der Antennenverlängerungsspulen gelegt, wobei der Ausschlag im Galvanometer zurückgehen wird. Je mehr man sich dem Knotenpunkt nähert, um so mehr nähert sich der Ausschlag dem ursprünglichen Werte, um nach dem Durchgang durch den Knotenpunkt wieder zu sinken.

Es wird nun zunächst nachzuweisen sein, daß Wellenlänge und Dämpfung des Luftleiters durch Erdung im Knoten nicht verändert werden, und daß an jeder anderen Stelle eine Störung des Schwingungsvorgangs eintritt, was aus der folgenden Tabelle und Figur hervorgeht.

$\lambda = 800$ m.

Erdanschluß	δ	α
$-\frac{5}{6}$ Windungen . . .	0,0299	50
$-\frac{2}{6}$ „ . . .	0,0279	81
Mitte der Spule . . .	0,0276	88
$+\frac{2}{6}$ Windungen . . .	0,0293	79
$+\frac{5}{6}$ „ . . .	0,0340	47

Ausschlag bei ungeerdetem Luftleiter: 71.



Dämpfung des Luftleiters ohne Erdanschluß $= 0{,}0275$. Durch die —- und +-Zeichen soll angedeutet werden, daß die Erdung links und rechts von der Spulenmitte vorgenommen wurde.

Wie man aus der Tabelle ersieht, zeigt die Dämpfung im Symmetriepunkt ein Minimum, das innerhalb der etwa 3 Proz. betragenden Fehlergrenze bei der Dämpfungsmessung übereinstimmt mit der des ungeerdeten Systems.

Der Ausschlag α wird an derselben Stelle ein Maximum.

Ferner geht aus der Tabelle hervor, daß der Ausschlag bei geerdetem Luftleiter größer ist, als bei nichtgeerdetem. Da Wellenlänge und Dämpfung in beiden Fällen dieselben geblieben sind, so bedeutet dieses, daß die in der Antenne schwingende Energie größer geworden ist. Da gleichzeitig die im Primärkreis vorhandene Energie unverändert war, so muß das Mehr an Energie im Luftleiter einzig in der Erdverbindung seinen Ursprung haben.

Die Zunahme selbst betrug gewöhnlich zwischen 10 und 20 Proz. der Gesamtenergie.

Nachgewiesen wurde diese Steigerung einmal durch den Ausschlag des Galvanometers auf der Sendestation selbst, dann weiter durch zwei verschieden dimensionierte Empfangsstationen (geradlinig ausgespannter Draht E_1 in 400 m und 12drähtige Schirmantenne E_2 in 8000 m Entfernung von der Sendestation), wie aus folgender Tabelle hervorgeht:

Zunahme von α bei Erdung in Proz. der Gesamtenergie.

Sendestation Proz.	E_1 Proz.	E_2 Proz.
13	11	11
14	14	15
18	18	17
20	19	18
10	10	11
12	14	13
20	20	19
5	6	5 (Regen)

Die Beobachtungen wurden auf den drei Stationen gleichzeitig an verschiedenen Tagen und Tageszeiten sowie bei den verschiedensten atmosphärischen Verhältnissen (Regen, Nebel, Sonnenschein usw.) gemacht.

Die prozentualen Zunahmen stimmen innerhalb der Grenzen der Meßfehler gut überein. Auffallend erscheinen die verschiedenen Werte der Zunahme, obwohl die Wellenlänge bei allen die gleiche ist. Begründet ist dieses Verhalten in dem großen Einfluß, den die Dämpfung des Luftleiters auf die beschriebene Erscheinung hat.

Um ihren Einfluß genauer festzustellen, wurde der Luftleiter durch Zuschalten von Widerstand in Form dünner Manganindrähte künstlich gedämpft und dann analog wie zuvor die Erhöhung der Energie gemessen. Dabei ergaben sich die folgenden Werte:

Eingeschalteter Widerstand Ohm	Zunahme in Proz.
0	12
1,9	8
3,0	4,2

Man ersieht hieraus, daß mit wachsender Dämpfung des Luftleiters die Zunahme der Energie geringer wird. Da nun, wie ich früher[1]) nachgewiesen habe, die Antennendämpfung sich mit wechselnden Zuständen der Atmosphäre mehr oder weniger stark ändert, so finden die schwankenden Werte der vorhergehenden Tabelle ohne weiteres ihre Erklärung. Eine Abhängigkeit der Erhöhung von der Größe der Kopplung zwischen Antenne und Flaschenkreis, die in weiten Grenzen geändert werden konnte, ließ sich nicht nachweisen. Ebensowenig ein Einfluß des Potentials des Primärkreises, das durch Variieren der Funkenlänge ebenfalls stark geändert wurde. Es ist demnach durch Erdung eines aus Antenne und Gegengewicht bestehenden Luftleitergebildes ein Mittel gegeben, die Empfangsenergie um 10 bis 20 Proz. zu erhöhen, ohne Änderung der der Antenne vom Flaschenkreis zugeführten Energie.

1) A. Esau, diese Zeitschr. **12**, 798, 1911.

Empfindlichkeit der Methode.

Wie aus Tabelle I hervorgeht, genügt schon eine Entfernung von $^1/_3$ Windung der Verlängerungsspule von Knotenpunkt, um einen deutlichen Rückgang des Ausschlages hervorzubringen. Dieses entspricht bei 30 eingeschalteten Windungen einer Empfindlichkeit von ca. 1 Proz. in einem Wellenbereich von 370 bis 800 m.

Verglichen wurde ferner die Empfindlichkeit unserer Methode mit der Bestimmung des Knotens durch Ableuchten mit Geißler-Röhren. Benutzt wurden H, H_e, N_e, die mir von Herrn Geheimrat Dorn für diese Versuche freundlichst zur Verfügung gestellt wurden, wofür ich auch an dieser Stelle meinen Dank aussprechen möchte. Das Ergebnis zeigt folgende Tabelle:

$\lambda = 800$ m		$\lambda = 370$ m	
Erdung	Proz. 1	Erdung	Proz. 1
N_e	5	N_e	15
H_e	6	H_e	25
H	6	H	30

Man ersieht hieraus, daß die Methode der Erdung an Empfindlichkeit dem Ableuchten ganz bedeutend überlegen ist, was um so mehr hervortritt, je weniger man die Antenne verlängert. Da die Spannung in der Antenne bei $\lambda = 800$ m, wo 3—4 cm lange Funken erhalten werden konnten, viel größer ist, als bei $\lambda = 370$ m, wo es kaum gelingt, winzige Fünkchen aus dem Luftleiter zu ziehen, und die Röhren zum Ansprechen einer Minimum-Potentialdifferenz bedürfen, so ergibt sich ohne weiteres die Abnahme der Empfindlichkeit. Neon erforderte die geringste Spannung, Wasserstoff die größte. Bei genügend hohem Potential ($\lambda = 800$) tritt der Unterschied zwischen den drei Gasen weniger deutlich hervor.

Anwendung der Methode zur Untersuchung der Änderung der Spannungsverteilung, die hervorgerufen wird durch

Einschalten von Kondensatoren oder Spulen in den Luftleiter.

Die Methode kann auch verwendet werden zur Untersuchung und Demonstration der Wirkung, die in die Antenne eingeschaltete Kondensatoren auf die Spannungsverteilung haben.

Legt man den Kondensator in den Knotenpunkt, so erhält man zwei Knoten links und rechts von den Belegungen. Ihr Abstand vom Kondensator wächst um so mehr, je kleiner der eingeschaltete Kapazitätswert ist.

Es ergeben sich die bekannten Figuren, die Herr Zenneck in seinem „Leitfaden der drahtlosen Telegraphie“ 1909, S. 51—53, angegeben hat. Links oder rechts vom Knotenpunkt eingeschaltete Selbstinduktionen haben eine nach ihrer Größe mehr oder weniger starke Verschiebung des Knotenpunktes zur Folge.

Die Methode kann ferner auch ausgedehnt werden auf Kreise mit nicht mehr quasistationärem Spannungsverlauf, wie z. B. das Lechersche Drahtsystem. Sie wird auch hier die Lage der Knoten noch genauer zu bestimmen gestatten, als das Ableuchten mit Röhren.

Über diesbezügliche Anwendungen der Methode wird von anderer Seite demnächst berichtet werden.

Erwähnt möge noch werden, daß in Kreisen, die so eng gekoppelt waren, daß zwei Wellen in ihnen auftraten, durch Anlegen der Erdverbindungen an verschiedenen Stellen der Selbstinduktionsspule die Amplituden und Schwingungszahlen der Einzelwellen geändert wurden, so daß bald die kürzere, bald die längere stärker ausgebildet war. Niemals gelang es indessen, die eine von beiden gänzlich zu unterdrücken.

Knotenbestimmung beim Empfangsluftleiter.

Für die Knotenbestimmung am Empfangsluftleiter sind Geißler-Röhren von vornherein ausgeschlossen, da die wirksame Spannung hier viel zu klein ist, um die Röhren zum Ansprechen zu bringen. Hier bleibt als einzige anwendbare Methode die Erdung übrig.

Die Bestimmung des Knotens selbst geht in genau derselben Weise vor sich, wie beim Sender. Die Empfindlichkeit ist auch hier die gleiche, ebenso was ihre Abhängigkeit von der Dämpfung des Luftleiters anbelangt. Indessen tritt beim Empfänger ein charakteristischer Unterschied gegenüber dem Sender hervor, indem beim ersteren durch das Anlegen der Erdverbindung keine Erhöhung der Energie eintritt. Der Ausschlag des Galvanometers mit geerdetem Luftleiter ist in der Regel ein wenig kleiner als bei ungeerdetem (s. folgende Tabelle).

Erdanschluß an	Ausschlag
− 6	20
− 4	34
− 2	49
Mitte der Spule	56
+ 2	48
+ 4	29
+ 6	17

Ausschlag bei ungeerdetem Luftleiter: 59.
Gesamtwindungszahl der Verlängerungsspule: 150.

Auch hier konnte die Wirkung eingeschalteter Kondensatoren und Selbstinduktionsspulen auf die Lage des Knotens meßbar verfolgt und demonstriert werden.

Zusammenfassung.

Es wird eine Methode angegeben, den Spannungsknoten von Luftleitern zu bestimmen, die sowohl für Sende-, als auch für Empfangssysteme anwendbar ist.

Die Empfindlichkeit übertrifft bei weitem die der Methode des Ableuchtens mit Geißler-Röhren.

Sie eignet sich zur Untersuchung und Demonstration der Wirkung, die eingeschaltete Kondensatoren und Spulen auf die Lage des Knotens ausüben.

Auch beim Lecherschen Drahtsystem wird sie vorteilhaft an Stelle der Röhren zu verwenden sein.

Beim Sender tritt infolge der Erdung im Spannungsknoten eine Erhöhung der in ihm schwingenden Energie ein, die bis zu 20 Proz. beträgt und mit wachsender Dämpfung des Luftleiters sinkt.

Halle a. S., Physikalische Versuchsstation.

(Eingegangen 23. April 1912.)

Über die Theorie der Stoßwellen.

Von Győző Zemplén.

Die klassischen Vorlesungen Riemanns über die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik liegen nunmehr in fünfter Auflage vor[1]). Das vortreffliche, jedem theoretischen Physiker unentbehrliche Werk enthält jedoch einen Abschnitt über „Unstetige Bewegung von Flüssigkeiten“ (Bd. II, S. 481 ff.), der m. E. dem heutigen Stande der physikalischen Anschauungen noch immer nicht vollständig entspricht. Da augenscheinlich mein

1) Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, nach Riemanns Vorlesungen in fünfter Auflage bearbeitet von H. Weber, 2 Bände, Braunschweig 1911—1912.

Referat in der Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften[1]) zur teilweisen Umarbeitung dieses Abschnittes beigetragen hat, sehe ich mich veranlaßt, meinen Standpunkt in dem Folgenden zu präzisieren.

Riemann hat in seiner berühmten Arbeit „Über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite“[2]) Fälle der eindimensionalen Gasbewegung untersucht, wobei die Geschwindigkeit und die Dichte endliche Sprünge erleiden. Die so entstandenen Unstetigkeiten können sich nach Riemann mit bestimmter Geschwindigkeit fortpflanzen und bilden die Stoßwellen, welche für den Fall, als die Fortpflanzung in der Richtung der kleineren Dichte geschieht, Verdichtungsstöße, sonst aber Verdünnungsstöße genannt werden.

Riemann hat die ganze Theorie der Stoßwellen auf Grund der Voraussetzung ausgearbeitet, daß der Druck im ganzen Gase eine Funktion der Dichte allein sei, und zwar dieselbe Funktion beiderseits der Unstetigkeitsfläche. Setzen wir z. B. voraus, die Röhrenwand sei der Wärme undurchlässig und schließen Wärmeleitung aus, dann gilt im Gase die Poissonsche adiabatische Zustandsgleichung:

$$p = a^2 \varrho^k, \qquad (1)$$

(p = Druck, ϱ = Dichte, k = Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen) und zwar bleibt nach Riemann a^2 selbst nach dem Durchgange der Unstetigkeit unverändert.

In der vierten Auflage der Riemannschen Vorlesungen[3]) hat sich Herr H. Weber genau der Riemannschen Darstellung angeschlossen, obwohl schon Lord Rayleigh darauf hingewiesen hat[4]), daß die Riemannsche Theorie dem Satze der Energie widerspricht. Herr Weber glaubte den Einwand von Lord Rayleigh durch Heranziehung des sogenannten Carnotschen Satzes zu entkräften, wonach[5]) „bei einem mechanischen Systeme, bei dem durch die Bedingungen des Systems eine plötzliche Änderung der Geschwindigkeit notwendig ist, immer ein Verlust an Energie eintritt“, und zieht weiter den Schluß, daß im Gase — eben auf Grund des Carnotschen Satzes — bloß Verdichtungsstöße, jedoch keine Verdünnungsstöße sich fortpflanzen können, denn bei den letzteren würde sich aus der Riemannschen Theorie ein Gewinn an Energie ergeben.

1) Encyklopädie d. math. Wiss. **4** (2), 282—323, 1905.
2) Göttinger Abhandl. (math. Klasse) **8**, 43, 1860; Riemann, Werke, Leipzig 1876, S. 144.
3) Die part. Differentialgleichungen usw., Braunschweig 1901, S. 469 ff.
4) Lord Rayleigh, Theory of sound, 2. Aufl., **2**, 32, London 1896.
5) Riemann-Weber, l. c., IV. Aufl., Bd. II, S. 494.

Den Physiker wird jedoch diese Überlegung kaum befriedigen, denn er wird sich jedenfalls um die verlorene Energie interessieren. Mehrere Forscher haben in der Tat das Problem in dieser Richtung weiter behandelt, worüber in meinem erwähnten Encyklopädie-Artikel referiert wurde. In erster Linie ist wohl H. Hugoniot zu nennen, der unabhängig von Riemann die Theorie der Stoßwellen entwickelt hat[1]), und zwar in vollem Einklange mit dem Satze der Energie.

Einen ganz klaren Einblick in die Verhältnisse erhält man jedoch erst durch Heranziehung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik, und zwar, glaube ich, am einfachsten auf folgendem Wege, den ich in einer kurzen Note in den „Comptes rendus“ eingeschlagen habe, und den ich hier skizzieren will.

Wir behandeln eine sogenannte stationäre Stoßwelle, wobei die Strömungsgeschwindigkeit des Gases der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle gleich und entgegengesetzt ist, so daß die Stoßfläche im Raume ruht und nicht die Quelle kinetischer Energie sein kann. Dann erhält man drei Gleichungen zwischen den Größen p_1, ϱ_1, u_1 (Strömungsgeschwindigkeit) links (Gebiet „1“) und p_2, ϱ_2, u_2 rechts (Gebiet „2“) der Unstetigkeitsfläche. Sind daher die Größen „1“ gegeben, so lassen sich hieraus die Größen „2“ berechnen.

Aus der Kontinuitätsgleichung erhält man nämlich:

$$\varrho_1 u_1 = \varrho_2 u_2. \qquad (I)$$

Der Impulssatz liefert:

$$\varrho_1 u_1 (u_2 - u_1) = p_1 - p_2. \qquad (II)$$

Endlich lautet der Energiesatz:

$$\delta L = \delta U + \delta T.$$

δL bedeutet die Arbeit der äußeren Kräfte, δU die Änderung der inneren, δT der kinetischen Energie; alles bezieht sich auf die Gasmasse, die während des Zeitelementes dt durch die Wellenfläche fließt. Es ist also:

$$\delta L = (p_1 u_1 - p_2 u_2)\, dt, \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} \delta U &= \frac{\varrho_1 u_1}{k-1}\left(\frac{p_2}{\varrho_2} - \frac{p_1}{\varrho_1}\right) dt = \\ &= \frac{1}{k-1}(p_2 u_2 - p_1 u_1)\, dt = -\frac{\delta L}{k-1}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\delta T = \frac{\varrho_1 u_1}{2}(u_2^2 - u_1^2)\, dt, \qquad (4)$$

so daß

$$\frac{k}{k-1}(p_1 u_1 - p_2 u_2) = \frac{\varrho_1 u_1}{2}(u_2^2 - u_1^2). \qquad (III)$$

Auf Grund der Gleichungen (I)—(III) kann

1) H. Hugoniot, Journal de l'école polytéchnique, cah. **57**, 15, 1887 und cah. **58**, 1, 1889.
2) G. Zemplén, Comptes rendus **141**, 710, Paris 1905.

sofort die Unrichtigkeit der Riemannschen Annahme $a^2 = \text{const}$ (in Gl (1)), als auch die Unmöglichkeit von Verdünnungsstößen bewiesen werden.

Bei einem Verdichtungsstoße, der sich aus dem Gebiet „2" nach dem Gebiet „1" fortpflanzt, ist $\varrho_2 > \varrho_1$, also $u_2 < u_1$ und δT negativ, ebenso wird δL auch negativ, jedoch, wegen $k > 1$, δU positiv. Es folgt hieraus, daß bei einem Verdichtungsstoß ein Verlust an kinetischer Energie vor sich geht, was teilweise zur Arbeitsleistung gegen äußere Kräfte, teils aber zur Erhöhung des Energieinhaltes, d. h. zur Erwärmung des Gases benutzt wird. Diese Erwärmung ist keineswegs eine adiabatische Zustandsänderung, denn dieselbe ist nicht der Arbeit äußerer Kräfte zu verdanken, da diese negative Arbeit vielmehr eine Abkühlung verursachen würde. Es wird daher kinetische Energie in innere Energie umgewandelt, ebenso wie bei dem Vorgange der Reibung; die „Reibungswärme" ist äquivalent mit $\delta T - \delta L = \delta Q$ und ist bei einem Verdichtungsstoße positiv, bei einem Verdünnungsstoße negativ. Der Durchgang der Stoßwelle ist daher keine adiabatische Erscheinung, denn es findet eine Wärmezufuhr auf Kosten der kinetischen Energie statt, und die Größe a^2 der Zustandsgleichung (1) kann beim Durchgang der Wellenfläche keineswegs unverändert bleiben.

Da bei einem Verdichtungsstoß δQ positiv ist, so nimmt in diesem Falle die Entropie des Gases zu, der umgekehrte Vorgang — ein Verdünnungsstoß (mit negativen δQ) — ist also, nach dem zweiten Hauptsatze der Thermodynamik, ausgeschlossen.

Die Unmöglichkeit der Verdünnungsstöße ergibt sich also keineswegs aus dem mechanischen Satze von Carnot, wie es Herr Weber behauptet, vielmehr aus der Unmöglichkeit einer Abnahme der Entropie. Es ist übrigens selbstverständlich, daß aus dem ersten Hauptsatze der Thermodynamik kein Kriterium für die Umkehrbarkeit einer Erscheinung gewonnen werden kann.

In der neuesten Auflage des Riemannschen Werkes hat Herr Weber diese Einwände insofern gewürdigt, daß er die Hugoniotsche Theorie, als eine der ursprünglich Riemannschen gleichberechtigte Anschauungsweise ebenfalls entwickelt, die Gleichung (III) ableitet und sogar in sehr eleganter Weise die Änderung der Entropie und der Größe a^2 aus den drei Grundgleichungen berechnet, in vollkommener qualitativer Übereinstimmung mit den obigen Überlegungen.

Nun folgt aber auf S. 552 folgende Bemerkung:

„Riemann hat unter der Voraussetzung eines adiabatischen Vorganges das Poissonsche Gesetz $p = a^2 \varrho^k$ für die Abhängigkeit des Druckes von der Dichtigkeit hergeleitet, und kommt dadurch im Falle unstetiger Bewegung zu Resultaten, die mit dem Prinzip der Erhaltung der Energie nicht übereinstimmen. Die Annahme eines konstanten Wertes von $a^2 = p \varrho^{-k}$ führt zu einem Gesetz, daß man die Erhaltung der Entropie nennen könnte. Es zeigt sich also, daß die beiden Gesetze, das der Erhaltung der Energie und der Entropie, nicht immer miteinander verträglich sind, daß beim Durchgang eines Gasteilchens durch eine Unstetigkeitsstelle entweder ein Verlust an Energie oder ein Gewinn an Entropie stattfinden muß. In der Riemannschen Darstellung ist das Energieprinzip preisgegeben, während Hugoniot, Zemplén u. a. die Erhaltung der Entropie fallen lassen."

Erstens bemerke ich hierzu, daß ich mich keineswegs der Weberschen Klassifizierung der beiden Theorien anschließen kann, denn die heutige Physik kennt wohl nur das Prinzip der Erhaltung der Energie und das der Zunahme (und nicht Erhaltung) der Entropie, und jede physikalische Theorie muß sich unbedingt dem Satze der Konstanz der Energie, nicht aber dem der Konstanz der Entropie fügen. M. E. sind also die Theorien von Riemann und Hugoniot keineswegs zwei gleichberechtigte „Annäherungen an die Wirklichkeit", vielmehr muß die ursprüngliche Riemannsche Gleichung (1) auf der Stoßfläche selbst aufgegeben werden und der Hugoniotschen Gleichung (III) den Platz räumen. Ich werde nämlich sofort beweisen, daß selbst aus den Überlegungen des Herrn Weber mit Notwendigkeit die Änderung von a^2 beim Durchgange der Stoßwelle hervorgeht.

I. Herr Weber gibt zu, daß bei einem Verdichtungsstoß nach Riemann ein Verlust an Energie stattfindet. Herr Weber sucht die Kompensation dieser verlorenen Energie in turbulenten Bewegungen (S. 553 und 557), welche von der Stoßwelle hervorgerufen werden, die — wie er selbst bemerkt — „sich der Berechnung entziehen" (S. 557). In der Tat verliert im Falle der Turbulenz selbst die Gleichung (II) ihre Gültigkeit, und die ganze Theorie der Stoßwellen wird hinfällig. Die endgültige, ganz allgemeine Entscheidung ist jedoch der Thermodynamik zu verdanken, denn:

II. Herr Weber selbst schließt aus dem mechanischen Satz Carnots auf die Irreversibilität des Verdichtungsstoßes, sonst würde sich bei dem Verdünnungsstoße ein Gewinn an Energie ergeben. Bekanntlich ist aber

die Konstanz der Entropie eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Umkehrbarkeit eines Vorganges. Aus der Irreversibilität des Vorganges folgt also notwendig die Zunahme der Entropie, also der Zuwachs der Größe a^2.

Leider bin ich daher nicht in der Lage, den Bemerkungen des Herrn Weber — wonach „die Riemannsche Darstellung der Theorie der Luftstöße, wie ich (H. Weber) sie in der vorigen Auflage gegeben habe, doch aufrecht erhalten läßt“[1]) — zustimmen zu können.

*

In den obigen Überlegungen wurde wiederholt von Reibungswärme gesprochen, obwohl sich die ganze Riemannsche Theorie der Stoßwellen auf reibungslose Vorgänge bezieht. Dies ist jedoch kein Widerspruch: bei der Beschreibung der Erscheinung wurden die Bewegungsgleichungen einer reibungslosen Flüssigkeit zugrunde gelegt, d. h. es wurde der Reibungskoeffizient η als sehr klein angenommen. Da aber die Reibungsarbeit mit $\eta\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2$ proportional ist, und in der Stoßwelle $\frac{\partial u}{\partial x} = \infty$ ist, so wird die Reibungsarbeit — welche bei endlichem Geschwindigkeitsgradienten verschwindet — in der Stoßwelle von Null verschieden sein und eine Reibungswärme meßbarer Größe erzeugen.

1) Aus der Vorrede des zweiten Bandes (5. Aufl.).

Budapest, 16. April 1912.

(Eingegangen 20. April 1912.)

Zur Theorie des Michelsonversuches.

Von M. Laue.

Das Ziel der folgenden Untersuchung soll sein, die drei Einwände, welche Herr Budde[1]) in seinem Karlsruher Vortrage gegen den Michelsonversuch erhoben hat, eingehender zu besprechen, als dies unmittelbar hinterher in der Diskussion möglich war. Der schwerste dieser Einwände betrifft die Frage, wie in einem System von bewegten Körpern die Phasenunterschiede zu berechnen sind, welche ein Lichtstrahl bei vorgeschriebener Bahn an verschiedenen Punkten seines Weges aufweist. Seine Kritik stellen wir an den Anfang. Teil II wird sich dann mit dem Einfluß beschäftigen, welchen die Dicke der Trennungsplatte ausübt; Teil III mit der Lage, welche das Interferometer während der Versuche zur Erdgeschwindigkeit einnahm.

1) E. Budde, diese Zeitschr. 12, 979, 1911.

I.

Herr Budde wirft den bisherigen, an Lorentz anknüpfenden Darstellungen des Michelsonversuches vor, es stecke in der Berechnung der Phasendifferenz, mit welcher die Interferenz vor sich geht, ein prinzipieller Fehler. Da diese Darstellungen meist von der Dicke der Trennungsplatte absehen, so wollen wir uns dies auch hier gestatten; das Prinzipielle wird dadurch nicht verändert. Teil II wird überdies das hier Versäumte nachholen.

Der angegriffenen Darstellung hat der Verfasser dieser Erwiderung in seinem Buche über das Relativitätsprinzip[1]) den Satz zugrunde gelegt, daß das Licht eine mit der Geschwindigkeit q bewegte Strecke mit der Relativgeschwindigkeit c_r zurücklegt, welche die Vektordifferenz aus seiner absoluten Geschwindigkeit $\mathfrak{c}$ ($c = 3 \cdot 10^{10}$ cm · sec^{-1}) und aus $\mathfrak{q}$ ist. Dieser Satz soll hier zunächst in extenso bewiesen werden. Wir legen dabei ein Bezugssystem x, y, z, t zugrunde, welches im Sinne der Absoluttheorie als das im Äther ruhende, im Sinne der Relativitätstheorie als ein berechtigtes System anzusprechen ist. Daneben führen wir ein Koordinatensystem

$$\xi = x - qt, \quad \eta = y, \quad \xi = z \tag{1}$$

ein, welches sich mit der Geschwindigkeit q in der x-Richtung bewegt. Es darf nicht mit einem zweiten berechtigten Bezugssystem im Sinne der Relativitätstheorie verwechselt werden; vielmehr sind alle Längen und Zeitangaben ausschließlich auf die im ruhenden System x, y, z, t geltenden Maßstäbe zu beziehen. Deswegen sind auch die folgenden Überlegungen in allen elektromagnetischen Theorien für bewegte Körper gültig. Die bewegte Strecke s, für welche die Lichtfortpflanzung untersucht werden soll, mag vom Nullpunkt des Achsenkreuzes $\xi\eta\zeta$ bis zu einem Punkte $P(\xi_P, \eta_P, \zeta_P)$ reichen. Ihre Richtung ist die der Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{c}_r$.

Wie oben erwähnt, soll

$$\mathfrak{c}_r = \mathfrak{c} - \mathfrak{q} \tag{2}$$

sein; stellen wir diese Vektoren durch Strecken dar, so liegen die letzteren, wie in Fig. 1, zueinander. Ist nun das periodische Glied der Lichterregung für eine ebene Welle, bezogen auf x, y, z, t,

$$e^{i\nu\left(t - \frac{1}{c}(x\alpha + y\beta + z\gamma)\right)}, \tag{3}$$

so sind α, β, γ die Richtungskosinus von $\mathfrak{c}$, so daß

$$\alpha = \cos\vartheta, \tag{4}$$

1) M. Laue, Das Relativitätsprinzip (Braunschweig 1911), S. 14.

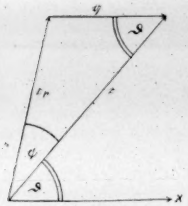


Fig. 1.

wenn ϑ der Winkel zwischen $\mathfrak{c}$ und der x-Richtung ist. Nach (1) ist aber

$$e^{i\nu\left(t-\frac{1}{c}(x\alpha+y\beta+z\gamma)\right)} = e^{i\nu\left\{t\left(1-\frac{q\alpha}{c}\right)-\frac{1}{c}(\xi\alpha+\eta\beta+\zeta\gamma)\right\}}. \quad (5)$$

Im Anfangspunkt der Strecke s ist die Schwingung mithin dargestellt durch

$$e^{i\nu t\left(1-\frac{q\alpha}{c}\right)}, \quad (6)$$

im Endpunkt P durch

$$e^{i\nu\left\{t\left(1-\frac{q\alpha}{c}\right)-\frac{1}{c}(\xi_P\alpha+\eta_P\beta+\zeta_P\gamma)\right\}}. \quad (7)$$

Nach einem bekannten Satze der analytischen Geometrie ist aber

$$\xi_P\alpha+\eta_P\beta+\zeta_P\gamma = s\cos\psi, \quad (8)$$

wo ψ den Winkel zwischen s und $\mathfrak{c}$ bedeutet. Ferner geht aus der Figur hervor, daß

$$\cos\psi = \frac{c-q\cos\vartheta}{c_r} = \frac{c-q\alpha}{c_r} \quad (9)$$

ist. Der Ausdruck (7) wird somit gleich

$$e^{i\nu_r\left(t-\frac{s}{c_r}\right)}, \quad (10)$$

wenn

$$\nu_r = \nu\left(1-\frac{q\alpha}{c}\right) \quad (11)$$

die relative Schwingungszahl (relativ zu einem mitbewegten Punkt) bedeutet. Der Vergleich von (6) und (10) zeigt, daß die Phasen die bewegte Strecke s mit der durch (2) definierten Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{c}_r$ zurücklegen. Es ist doch auch durchaus anschaulich, daß die Verschiebung eines „Wellenberges" (sit venia verbo) gegen die bewegte Strecke mit dieser Relativgeschwindigkeit erfolgt.

Nun möge der Strahl in P von einem Spiegel so reflektiert werden, daß er jetzt im relativen Strahlengang die Strecke s in der umgekehrten Richtung zurücklegt. Die zurücklaufende Welle wird im Nullpunkt des bewegten Systems ξ, η, ζ in Analogie zu (6) dargestellt durch

$$e^{i(\nu_r t+\delta)}, \quad (12)$$

im Punkt P in Analogie zu (10) durch

$$e^{i\left\{\nu_r\left(t+\frac{s}{c_r'}\right)+\delta\right\}}, \quad (13)$$

$\mathfrak{c}_r'$ ergibt sich aus der Konstruktion von Fig. 1, nur daß seine Richtung der von $\mathfrak{c}_r$ entgegengesetzt ist; δ ist eine noch zu bestimmende Zahl. Daß die relative Frequenz ν_r bei der Spiegelung erhalten bleibt, folgt aus dem Bestehen von linearen Grenzbedingungen, welche die einfallende Welle mit der reflektierten verknüpfen. Diese sind nur zu befriedigen, wenn die beide Wellen im Punkt P darstellenden periodischen Funktionen (10) und (13) in einer Verknüpfung

$$e^{i\left\{\nu_r\left(t+\frac{s}{c_r'}\right)+\delta+\varepsilon\right\}} = e^{i\nu_r\left(t-\frac{s}{c_r}\right)} \quad (14)$$

miteinander stehen[1]). ε wäre der Phasensprung bei der Reflexion; sieht man von ihm ab, wie es auch Herr Budde tut — diese Annahme ist ohne Einfluß auf das Ergebnis —, so findet man außerdem aus (14)

$$\delta = -\nu_r s\left(\frac{1}{c_r}+\frac{1}{c_r'}\right). \quad (15)$$

Nach (12) ist somit die zurückkehrende Schwingung im Nullpunkt dargestellt durch

$$e^{i\nu_r\left(t-s\left(\frac{1}{c_r}+\frac{1}{c_r'}\right)\right)}, \quad (16)$$

d. h. die Phasen brauchen die Zeit $s\left(\frac{1}{c_r}+\frac{1}{c_r'}\right)$, um die Strecke s hin und zurück zu durchlaufen. Es liegt hierin die meines Erachtens unwiderlegliche Rechtfertigung der bisherigen Theorie.

Dahingestellt bleibe die Frage, ob man zur Berechnung des Phasenunterschiedes die Differenz der für beide so berechneten Zeiten durch die relative Periode

$$\tau_r = \frac{2\pi}{\nu_r} \quad (17)$$

oder durch die zum Schluß herrschende absolute Periode

$$\tau = \frac{2\pi}{\nu} \quad (18)$$

zu dividieren hat; für einen Effekt zweiter Ordnung spielt der Unterschied beider keine Rolle.

Völlig identisch mit dem angegebenen Verfahren zur Zeitberechnung ist es, wenn man von der Durchlaufung des absoluten Strahlweges l mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{c}$ spricht. Denn der absolute Strahlweg l geht aus der Strecke s und der Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ nach der Konstruktion in Fig. 2 hervor, welche zu Fig. 1 ähnlich ist, so daß

$$\frac{s}{c_r} = \frac{l}{c} \quad (19)$$

wird. Ein drittes Verfahren bestände darin,

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. **14**, 236, 1904.

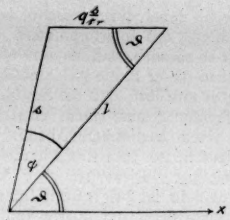


Fig. 2.

daß man die Strecke s durch die relative Wellenlänge

$$\lambda_r = \frac{2\pi c_r}{\nu_r} \tag{20}$$

dividiert.

$$2\pi s\left(\frac{1}{\lambda_r}+\frac{1}{\lambda_r'}\right) = \nu_r s\left(\frac{1}{c_r}+\frac{1}{c_r'}\right)$$

gibt nach (6) und (16) unmittelbar die im Nullpunkt herrschende Phasendifferenz zwischen der hin- und zurücklaufenden Welle. Da ν_r bei jeder Spiegelung erhalten bleibt, verändert sich λ_r proportional zu c_r.

Statt dieser drei berechtigten Verfahren verwendet Herr Budde ein viertes; er dividiert jeden absoluten Strahlweg l_n durch die zugehörige Wellenlänge

$$\lambda_n = \frac{2\pi c}{\nu_n}. \tag{21}$$

Die Summe aus je zwei solchen Quotienten soll die Phasendifferenz zwischen der hin- und der zurücklaufenden Welle für einen Punkt der Trennungsplatte darstellen. Die ν_n und λ_n variieren von Strecke zu Strecke gemäß dem Dopplerschen Prinzip.

Schon in dem Nachtrag zu meinen Diskussionsbemerkungen[1]) (von den beiden dort erwähnten Möglichkeiten trifft die zweite zu) habe ich darauf hingewiesen, daß eine solche Summe nicht zur Durchlaufungszeit der Phasen proportional ist, und daß somit die Differenz zweier solcher Summen (dort einfach geschrieben als $\sum \frac{l_n}{\lambda_n}$, in dem die auf den zweiten Strahl bezüglichen Strecken l_n negativ gerechnet sind) in keiner Beziehung zur Phasendifferenz steht. Die Entgegnung von Herrn Budde[2]), daß jederzeit $\frac{l_n}{\lambda_n} = \frac{t_n}{\tau_n}$ ist, ist zwar an sich richtig, trifft meinen Einwand aber nicht; es ist nicht jede Durchlaufungszeit t_n durch die zu ihr gehörige Periode τ_n zu dividieren, sondern die Division ist bei allen durch die zum Schluß herrschende Periode τ, bezw. durch τ_r vorzunehmen (vgl. oben).

Nun hat freilich Herr Budde seine Berechnungsart in der Diskussion durch eine nicht mit abgedruckte Figur gestützt, welche ein Schema für das Aussehen zweier Wellenzüge geben sollte, die, von einem Punkte ausgehend, auf verschiedenen Wegen im absoluten Strahlengang und unter einigen Wellenlängenänderungen schließlich wieder zusammentreffen. Ist der eine Wellenzug zum Beispiel 166, der andere $166^1/_2$ Wellenlängen lang, so interferieren sie mit einer Phasendifferenz π; so lautet sein Schluß. Was soll nun aber diese Figur darstellen? Offenbar die räumliche Verteilung der Schwingungen in einem bestimmten Moment. Das tut sie aber nicht, denn der absolute Strahlengang verschiebt sich ja mit der gleichen Geschwindigkeit wie der Apparat. Die verschiedenen Teile des Weges, den ein Wellenberg zurückgelegt hat, haben deswegen keine Bedeutung für die Darstellung des Schwingungszustandes in einem bestimmten Zeitpunkt. Es ist nicht einmal notwendig, daß überhaupt gleichzeitig auf allen diesen Teilen Lichterregung vorhanden ist. Bei großen Armlängen und großer Geschwindigkeit wäre dies nicht der Fall[1]).

Will man den Gedanken, der dieser Figur zugrunde liegt, richtig wiedergeben, so muß man die relativen Strahlwege mit den auf ihnen liegenden Wellenzügen zeichnen und kommt so zu dem dritten der obigen Verfahren, bei welchem man jede Strecke s durch die auf ihr herrschende relative Wellenlänge λ_r dividiert und die Quotienten summiert.

Neben diesem prinzipiellen Bedenken gegen Buddes Berechnungsart müssen wir freilich noch ein anderes gegen einen einzelnen Punkt dieser Rechnung äußern, von welchem trotz seiner untergeordneten Bedeutung dennoch die Richtigkeit des Ergebnisses abhängt.

Herr Budde setzt nämlich in Gleichung (1) das Verhältnis der absoluten Wellenlängen vor und nach der Reflexion an einem bewegten Spiegel (λ_1 und λ_2)[2]) bis auf Glieder dritter und höherer Ordnung.

1) Diese Zeitschr. 12, 990, 1911.
2) Dieselbe Seite, letzte Zeile.

1) Man versuche z. B. den Weg, welchen eine Phase zurückgelegt hat, nicht nur schematisch in einer Dimension, sondern mit den der Anordnung entsprechenden Richtungen darzustellen. Die Trennungsplatte des Apparates muß dabei notwendig in zwei Lagen gezeichnet werden, so daß die Figur unmöglich den Zustand in einem Augenblick wiedergeben kann.

2) Die Änderung in der Bezeichnungsweise gegenüber dem Buddeschen Vortrag bezweckt, Verwechslungen mit den Weglängen l zu vermeiden.

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - 2\frac{q}{c}\cos\varphi\cos\alpha + 2\frac{q^2}{c^2}\cos^2\varphi,$$

φ ist dabei der Winkel, welchen die Bewegung des Spiegels mit seiner nach der Lichtseite hin gerichteten Normale bildet, und α ist der Einfallswinkel. Wie diese Gleichung zustande gekommen ist, ist aus Herrn Buddes Angaben nicht genau zu ersehen. Mir scheint, daß sie schon in den Gliedern zweiter Ordnung nicht zutrifft, auch nicht für die beim Michelsonschen Interferometer auftretenden speziellen Werte von α.

Um dies zu zeigen, gehen wir aus von den Formeln, die Abraham[1]) für den Dopplereffekt und das Spiegelungsgesetz am bewegten Spiegel gegeben hat. Abrahams Gleichung (11b) sagt aus:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1-\beta\alpha_2}{1+\beta\alpha_1} = (1-\beta\alpha_2)(1-\beta\alpha_1+\beta^2\alpha^2\ldots), \quad (22)$$

während nach seiner Gleichung (15e)

$$\frac{a_1+\beta}{\sqrt{1-a_1^2}} = \frac{a_2-\beta}{\sqrt{1-a_2^2}}. \quad (23)$$

Dabei bedeutet β den Quotienten aus der Geschwindigkeitskomponente des Spiegels in Richtung seiner Normalen und c, α_1 und α_2 sind die Kosinus des Einfalls- und Reflexionswinkels. Es ist somit

$$\beta = \frac{q}{c}\cos\varphi, \quad \alpha_1 = \cos\alpha. \quad (24)$$

Aus (23) entnehmen wir durch Differentiation nach β bei konstantem α_1, daß

$$\frac{d\,\alpha_2}{d\,\beta}(1-\alpha_2\beta) = (1-\alpha_2^2)\left(1+\sqrt{\frac{1-\alpha_2^2}{1-\alpha_1^2}}\right),$$

und im Falle $\beta = 0$, in welchem $\alpha_1 = \alpha_2$ wird,

$$\frac{d\,\alpha_2}{d\,\beta} = 2(1-\alpha_1^2)$$

ist. Somit gilt die Reihenentwicklung

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 2(1-\alpha_1^2)\beta + \cdots. \quad (25)$$

Aus (22) aber und aus (24) und (25) folgt

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - 2\frac{q}{c}\cos\varphi\cos\alpha + 2\frac{q^2}{c^2}\cos^2\varphi\,(2\cos^2\alpha - 1);$$

was mit der Buddeschen Gleichung auch für den Spezialfall, daß $\alpha = 45^0$ ist, nicht übereinstimmt.

II.

Wir kommen jetzt auf den Einfluß zu sprechen, welchen die endliche Dicke δ der Trennungsplatte ausübt. Es ist gewiß anzuerkennen, daß Budde auf die Notwendigkeit aufmerksam macht, auch deren Einfluß zu untersuchen. Nur übersieht er wohl dabei einen wesentlichen Teil in der Einrichtung des Interferometers. In seiner Fig. 1 zeigt er nämlich, daß, nach seiner Ansicht, beide Flächen dieser Platte gleichmäßig spiegeln, und wenn er ausführt, daß die Strahlen, welche bei der Trennung aus einem entstehen, zum Schluß in einem bestimmten Abstand b voneinander verlaufen, so beruht auch dies auf derselben Meinung. Diese ist aber keineswegs richtig. Vielmehr ist bei jedem Interferometer auf der einen Seite der Platte (auf welcher, mag je nach den Umständen wechseln) das Reflexionsvermögen durch Versilberung so weit gesteigert[1]), daß der gespiegelte und hindurchgelassene Strahl ungefähr gleiche Helligkeit haben. Die Spiegelung an der anderen, nicht versilberten Seite ist dagegen unbedeutend. Der Zweck dieser Maßregel besteht vor allem darin, die sonst an dieser Platte auftretenden Planparallelitätsringe möglichst zu unterdrücken, welche andernfalls die beabsichtigten Interferenzstreifen störend überlagern würden. Auf diese Weise aber durchläuft der eine der beiden Strahlen nach der Trennung die Platte zweimal, der andere keinmal. Zum Ausgleich dient die Kompensationsplatte, die der letztere zweimal durchlaufen muß. Und wenn man sie auch mit Herrn Budde nicht zu den wesentlichen Teilen des Apparates zu zählen braucht, so mag sie doch immerhin, weil sie tatsächlich da war, in unseren Überlegungen mit berücksichtigt werden.

Vordem aber müssen wir noch auf einen Punkt in Buddes Berechnung hinweisen, von dem das Ergebnis wesentlich abhängt und der uns bedenklich erscheint. Schon wenn Herr Budde beginnt[2]): „Dann ist die relative Geschwindigkeit, mit welcher der erste Strahl in O anlangt, $c-u$. Die relative Geschwindigkeit im Glase ist also $\frac{2}{3}(c-u)$", so ist dies wohl eine unberechtigte Verallgemeinerung des für ruhende Körper gültigen Satzes, daß die Lichtgeschwindigkeit im Körper sich zu der im Vakuum umgekehrt wie der Brechungsindex verhält ($\frac{3}{2}$ ist nämlich als Wert für den Brechungsindex des Glases vorausgesetzt). Angenommen, sie wäre richtig, dann verändere man bei festgehaltener Richtung des Strahles im Glase die Richtung der Grenzfläche; damit verändert sich auch die Richtung des aus dem Vakuum einfallenden Strahles, also auch die Relativgeschwindigkeit des Lichtes auf ihm; also nach jenem verall-

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. **14**, 236, 1904. Die Relativitätstheorie wird hier nicht benutzt, doch gelten alle Ergebnisse auch für sie.

1) A. A. Michelson, Light waves and their uses, pag. 40 (Chicago 1903). Die Versilberung ist auch angedeutet in Fig. 1 bei Morley u. Miller, Phil. Mag. **9**, 680, 1905.

2) l. c., S. 983, links unten.

gemeinerten Satz die Geschwindigkeit im Glase, was bei festgehaltener Strahlrichtung offenbar unmöglich ist. Tatsächlich steht dieser Satz auch mit keiner der elektromagnetischen Theorien der bewegten Körper in Einklang.

Wollten wir nun die Aussagen der Absolut- und der Relativitätstheorie über den Einfluß der Plattendicke δ unter Berücksichtigung von Gliedern zweiter Ordnung in q/c miteinander vergleichen, so wäre das ein ziemlich schwieriges Unternehmen, weil die Absoluttheorie nur unter Berücksichtigung von Gliedern erster Ordnung ausgebildet worden ist[1]). Hier hilft uns aber die glückliche Bemerkung von Herrn Budde, daß das Verhältnis der Plattendicke zur Länge der Arme des Interferometers von derselben Größenordnung ist wie $\frac{q}{c}$. Will man also die Zeiten berechnen, welche die Phasen zur Durchlaufung beider Platten gebrauchen, so braucht man nur zu $\frac{q}{c}$ selbst proportionale Glieder zu berücksichtigen. In allen Aussagen über Glieder erster Ordnung in $\frac{q}{c}$ stimmen aber beide Theorien völlig überein[2]). Zu einer Entscheidung zwischen ihnen kann also der Einfluß der Plattendicke nicht führen. Überdies übersieht man ohne weiteres, daß es nach der Relativitätstheorie überhaupt nichts ändert, wenn man in einem Apparat mit unendlich dünner Trennungsplatte diese durch eine von der Dicke δ ersetzt und zugleich die Kompensationsplatte einschaltet.

Daß alle in Betracht kommenden Spiegelungen an der Trennungsplatte an der gleichen Fläche erfolgen, hat nebenbei noch den Erfolg, daß die Strahlverschiebung b, von der Herr Budde spricht, wegfällt. Damit scheinen mir auch alle daran geknüpften Folgerungen und Abänderungsvorschläge gegenstandslos zu werden. Aus einem anderen Grunde freilich fallen einander entsprechende Strahlen zum Schluß nicht zusammen; nämlich deswegen, weil bei dem in Rede stehenden Versuch nicht Streifen gleicher Neigung, sondern solche gleicher Dicke an einer Luftschicht hergestellt werden, deren eine Fläche durch den einen Spiegel, deren andere Fläche durch das an der Trennungsplatte entworfene Spiegelbild des andern Spiegels gebildet wird. Dennoch gelangen diese Strahlen zur Interferenz miteinander, wenn man das Fernrohr auf diese Luftschicht einstellt[1]).

III.

Im Gegensatz zu den beiden bisher besprochenen müssen wir der dritten Bemerkung von Herrn Budde ihre Berechtigung zugestehen. Die Geschwindigkeit der Erde gegen den Äther hat in der Tat eine unbekannte Komponente: die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Sonne gegen den Äther bewegt. Daß diese in der Literatur manchmal mit der bekannten Bewegung der Sonne gegen das Fixsternsystem identifiziert wird, ist eine Annahme, die nur eine schwache Stütze darin findet, daß bisher kein Grund vorliegt, dem Fixsternsystem als Ganzem eine Bewegung gegen den Äther zuzuschreiben. Dennoch läßt sich im Sinne der Absoluttheorie etwas über den Betrag der fraglichen Geschwindigkeit behaupten: sie kann nicht wesentlich größer sein als die der Erde gegen die Sonne. Anderenfalls hätte nämlich, sei es bei terrestrischen, sei es bei astronomischen Beobachtungen im Planetensystem etwas von jenen Effekten zweiter Ordnung gefunden werden müssen, welche nach dieser Theorie bei fast allen elektromagnetischen und optischen Erscheinungen vorhanden sind. Es bleiben also die beiden Möglichkeiten zu erörtern, erstens, daß die Geschwindigkeit Sonne-Äther von derselben Größenordnung ist, wie die Geschwindigkeit Erde-Planetensystem, und zweitens, daß die letztere die wesentlich größere ist.

In dem zweiten dieser Fälle könnte man offenbar von der ersteren Geschwindigkeit gänzlich absehen. Muß man aber entsprechend der ersten dieser beiden Möglichkeiten zur Geschwindigkeit Erde-Planetensystem noch eine Komponente von gleicher Größenordnung hinzufügen, so ergibt sich im allgemeinen wieder eine Geschwindigkeit von derselben Ordnung, so daß die übliche Annahme über den Betrag der Geschwindigkeit Erde-Äther in der Größenordnung richtig bleibt. Die Richtung der resultierenden Geschwindigkeit ist freilich in weiten Grenzen unbekannt, nur können wir sagen, daß sie im Verlaufe eines Jahres sich erheblich ändern muß. Trotzdem Morley und Miller[2]) dies scheinbar übersehen haben, liegt doch kein Grund vor, die Beweiskraft ihres Versuches anzuzweifeln. Denn es hätte ein Hundertstel der von ihnen erwarteten Streifenverschiebung sich der Beobachtung nicht entziehen können. Dessen Ausbleiben bei so häufig wiederholten Versuchen durch einen unglücklichen Zufall hinsichtlich der Richtung der Geschwindigkeit Erde-Äther er-

1) H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektromagnetischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leiden 1895. (Neudruck: Leipzig 1906.)

2) Nur bei magnetisierbaren Körpern besteht ein Unterschied, der aber möglicherweise noch auf einer Unvollkommenheit in der Durchbildung der Absoluttheorie beruht, vgl. H. Minkowski, Gött. Nachr. 1908, S. 53, § 9.

1) M. Laue, Ann. d. Phys. **33**, 186, 1910.

2) Morley u. Miller, Phil. Mag. **9**, 680, 1905.

klären zu wollen, wäre eine Annahme von gar zu geringer Wahrscheinlichkeit.

München, Institut für Theoretische Physik, März 1912.

(Eingegangen 25. März 1912.)

Zur Ableitung der Planckschen Strahlungsformel.

Von Philipp Frank.

Die Formel[1]) für die mittlere Energie eines Planckschen Resonators

$$U = \frac{\varepsilon}{2} \frac{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} + 1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}, \tag{1}$$

wo ε das Energieelement, T die absolute Temperatur bedeutet, läßt sich auf zwei bisher getrennt verlaufenden Wegen ableiten. Der erste beruht auf der Definition der Entropie als Logarithmus der Wahrscheinlichkeit des Zustandekommens einer bestimmten mittleren Energie und besteht im wesentlichen aus Lösungen von Aufgaben der Kombinatorik; der zweite beruft sich auf allgemeine Überlegungen der statistischen Mechanik, faßt die Resonatoren im Strahlungsgleichgewicht als eine kanonische Gesamtheit auf und bildet $\overline{U}$ als Mittelwert über die Elemente dieser Gesamtheit. Der erste Weg ist von Planck selbst eingeschlagen worden, der zweite von Einstein[2]), Nernst und Hasenöhrl[3]), von letzterem streng nach den Regeln der Gibbsschen statistischen Mechanik. Dieser Weg litt nur an dem Mangel, daß nicht exakt nachgewiesen war, daß die Resonatoren im Strahlungsgleichgewicht eine kanonische Gesamtheit bilden.

Ich möchte im folgenden nun zeigen, daß aus der in Plancks neueren Arbeiten aufgestellten Theorie der kontinuierlichen Absorption und quantenweisen Emission mit Strenge folgt, daß die Resonatoren eine kanonische Gesamtheit bilden und daß sich aus der Gestalt dieser Gesamtheit nach den Regeln der statistischen Mechanik die mittlere Energie und Entropie der Resonatoren berechnen läßt, ohne daß man zu Boltzmanns Wahrscheinlichkeitsdefinition der Entropie und zu Plancks kombinatorischen Methoden greifen müßte[4]).

Wenn η die Wahrscheinlichkeit[1]) bedeutet, daß ein Resonator, der durch Absorption so viel Energie aufgespeichert hat, daß sie gerade einem Vielfachen von ε gleichkommt, auch wirklich emittiert, so ist nach Planck[2]) die Anzahl P_n der Resonatoren, deren Energie gerade zwischen $n\varepsilon$ und $(n+1)\varepsilon$ liegt, wo n eine ganze Zahl ist,

$$P_n = N\eta(1-\eta)^n. \tag{2}$$

Dabei bedeutet N die Gesamtzahl der Resonatoren. Bezeichnen wir den Mittelwert der Energie im Intervall zwischen $n\varepsilon$ und $(n+1)\varepsilon$ mit U_n, also

$$U_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\varepsilon, \tag{3}$$

so läßt sich, wenn wir vermöge dieser Beziehung n durch U_n ausdrücken, P_n in folgender Form schreiben:

$$P_n = N e^{\log\eta + \left(\frac{U_n}{\varepsilon} - \frac{1}{2}\right)\log(1-\eta)}. \tag{4}$$

Wir führen nun die Größen ψ und ϑ durch folgende Definition ein:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\psi}{\vartheta} &= \log\eta - \frac{1}{2}\log(1-\eta) \\ -\frac{1}{\vartheta} &= \frac{1}{2}\log(1-\eta). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Dann wird aus (4):

$$P_n = N e^{\frac{\psi - U_n}{\vartheta}} \tag{6}$$

d. h. aber: die Resonatoren bilden eine kanonische Gesamtheit mit dem Modul ϑ. Nun entspricht nach der statistischen Mechanik[3]), wenn man die kanonische Gesamtheit als das Analogon eines warmen Körpers auffaßt, ψ der freien Energie; der Mittelwert $\overline{U}$ der Energien aller Elemente der Gesamtheit

$$\overline{U} = \sum_0^\infty U_n e^{\frac{\psi - U_n}{\vartheta}} \tag{7}$$

entspricht der innern Energie; der Modul ϑ ist proportional der absoluten Temperatur zu setzen:

$$\vartheta = kT \tag{8}$$

und die Entropie S ist durch

$$S = \frac{\overline{U} - \psi}{T} = k\frac{\overline{U} - \psi}{\vartheta} \tag{9}$$

gegeben. Nun folgt durch Einsetzen von (3) und (5) in (7):

$$\overline{U} = \varepsilon\left(\frac{1}{\eta} - \frac{1}{2}\right) \tag{10}$$

und aus (5) und (8):

$$\eta = 1 - e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}. \tag{11}$$

1) M. Planck, Sitzungsber. d. Königl. Preuß. Ak., S. 723 ff., 1911.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. **22**, 180 ff., 1907.

3) F. Hasenöhrl, diese Zeitschr. **12**, 931 ff., 1911.

4) Bisher wurde die kanonische Verteilung der Energie, wenn nicht auf Grund der allgemeinen Gibbsschen Überlegungen, so unter Benützung des Boltzmannschen Entropiebegriffs bewiesen, vergl. A. Sommerfeld, diese Zeitschr. **12**, 1066 ff., 1911.

1) Im folgenden beziehen wir uns stets auf die in der zitierten Planckschen Arbeit aufgestellte Theorie.

2) l. c. Gl. (14) und (20).

3) Vgl. Hasenöhrl, l. c.

Die Formeln (10) und (11) findet auch Planck[1]) auf seinem Wege und leitet durch Einsetzen von (11) in (10) die mittlere Energie eines Resonators, wie sie in Gl. (1) angegeben ist, ab.

Setzen wir (10) und (5) in Gl. (9) ein, so erhalten wir für die mittlere Entropie eines Resonators in Übereinstimmung mit Planck[2]):

$$S = k\left[\frac{1}{\eta}\log\frac{1}{\eta} - \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)\log\left(\frac{1}{\eta} - 1\right)\right]. \quad (12)$$

1) l. c., Gl. (16) und (31).

2) l. c., Gl. (28), wo noch $\beta = \frac{1}{\eta} - 1$ zu setzen ist.

Wien, 5. April 1912.

(Eingegangen 7. April 1912.)

Anwendung der Selenzelle in der Photometrie.
(Application of the Selenium Cell to Photometry.)

Von A. H. Pfund.

Die merkwürdige Eigenschaft des Selens, bei Belichtung seinen elektrischen Widerstand zu verändern, hat viele Forscher zur Konstruktion von Photometeranordnungen unter Verwendung einer Selenzelle veranlaßt[1]). Trotz aller bisherigen Anstrengungen hat sich jedoch die Selenzelle auf dem Gebiete der genauen Photometrie nicht zu behaupten vermocht, eine Tatsache, die unmittelbar auf die komplexen Eigentümlichkeiten zurückzuführen ist, die das Selen zeigt.

Vor kurzem wurde ich aufgefordert, ein Verfahren zur Messung der Energie im sichtbaren Spektrum zu ersinnen, die ein Strahl monochromatischen Lichtes mit sich führt, der an einer Stuckfläche eine diffuse Reflexion erfahren hat. Angesichts der Tatsache, daß Bolometer usw. für derartige Untersuchungen durchaus nicht empfindlich genug sind, wählte ich die Selenzelle. Diese ist nicht nur ungeheuer empfindlich, sondern ihr Empfindlichkeitsbereich erstreckt sich über das ganze sichtbare Spektrum. Zweck dieser Mitteilung ist es, die Bedingungen zu definieren, unter denen man genaue Ergebnisse erhalten kann, und die Aufmerksamkeit auf die Schwierigkeiten zu lenken, die sich bei der Anwendung der Selenzelle auf die heterochromatische Photometrie einstellen.

1) Siehe Chr. Ries, Die elektrischen Eigenschaften und die Bedeutung des Selens für die Elektrotechnik. 1908.

Allgemeine Umrisse der Untersuchung.

In erster Linie ist es wesentlich, eine Empfindlichkeitskurve aufzustellen, d. h. eine Kurve für die Beziehung zwischen den Widerstandsänderungen der Selenzelle und den Wellenlängen des erregenden Lichtes. In allen Fällen wird die Energie, die der erregende Strahl monochromatischen Lichtes mit sich führt, konstant gehalten. Hat man eine Empfindlichkeitskurve zur Hand, so ist das Verfahren der Energiemessung klar: Will man die Energie messen, die ein intensives Strahlenbündel monochromatischen Lichtes mit sich führt, so verringert man die Intensität um einen bekannten Betrag mittels eines rotierenden Sektors oder irgendeiner anderen geometrischen Vorrichtung, bis der Galvanometerausschlag derselbe ist wie der in der Empfindlichkeitskurve angegebene. Wenn man andererseits einen schwachen Strahl von bekanntem Energiegehalt haben will, so schwächt man wiederum einen intensiven Strahl bis auf den gewünschten Betrag, nur läßt man in diesem Falle den rotierenden Sektor weiter laufen, statt ihn, wie im vorigen Falle, fortzunehmen. Dieses Verfahren ist bei weitem das sicherste, denn es hat sich ergeben, daß sich die Beziehung zwischen dem Galvanometerausschlag und der Energie beim Durchgang durch das Spektrum in komplizierter Weise verändert. Es erschien daher am ratsamsten, alle Messungen auf die ursprüngliche Empfindlichkeitskurve zurückzuführen und dadurch die Schwierigkeiten zu umgehen, die bei allen übrigen Verfahren unvermeidlich sind. Alsdann untersucht man die Beziehung zwischen der einfallenden Energie und der sich ergebenden Änderung des Widerstandes der Selenzelle und stellt ein Gesetz für den Zusammenhang dieser beiden Größen auf. Es stellt sich das Ergebnis heraus, daß bei dem angenommenen Verfahren die Empfindlichkeitskurve keine feststehende ist, sondern sich mit der Intensität der Belichtung in merkwürdiger Weise ändert. Schließlich ist die Anwendbarkeit des Talbotschen Gesetzes und somit die Berechtigung zur Anwendung eines rotierenden Sektors festgestellt worden.

Apparatur und Meßverfahren.

Das Licht einer Nernstlampe L (Fig. 1) wurde nach dem Durchgang durch das Spiegelspektrometer $S_1 M_1 P M_2$ in ein Spektrum aufgelöst und dieses in der Ebene des Spaltes S_2 fokussiert. Dieser Spalt ließ ein Bündel nahezu homogener Strahlen hindurch, das auf den Hohlspiegel M_3 fiel und nach der Reflexion entweder auf das Thermoelement T oder auf die Selenzelle C geworfen wurde. Letztere war

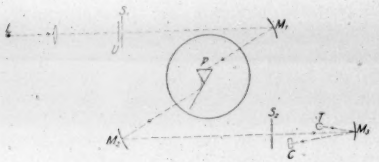


Fig. 1.

in den Stromkreis eines einfachen Potentiometers eingeschaltet, wie Fig. 2 zeigt. Der Zweck des Hilfskreises $E_1 R_1 R_2$ war, eine geringe gegenelektromotorische Kraft an den Galvanometerklemmen einzuführen und dadurch den anfänglichen „Dunkelausschlag" aufzuheben. Ich habe in einer meiner früheren Arbeiten[1])

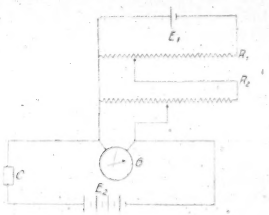


Fig. 2.

gezeigt, daß eine Selenzelle nur dann zuverlässige Ergebnisse liefert, wenn man Galvanometerausschläge nimmt, die von verhältnismäßig kurzen Expositionen herrühren. Die Vorrichtung zur Erzielung solcher Expositionen bestand in einer Kreisscheibe aus starkem Papier, aus der ein Sektor von 75° ausgeschnitten war, und die auf die Verlängerung der Achse des Sekundenzeigers einer kleinen Weckeruhr aufgesetzt worden war. Diese Anordnung, welche Expositionen von 12,5 Sekunden ergab, war bei V so aufgestellt, daß die Drehachse der Papierscheibe durch die Verlängerung des Spaltes ging und senkrecht zur Spaltebene stand. Unter diesen Verhältnissen wurde das Licht plötzlich zugelassen und abgeschnitten, und es wurden Ergebnisse gewonnen, die bis auf weniger als 2 v. H. übereinstimmten.

Jede der beiden Giltayschen Zellen, die ich untersucht habe, exponierte eine Fläche von ungefähr 1 cm² und hatte einen Widerstand von $3 \cdot 10^6$ Ohm. Ihr Verhalten war so nahezu gleich, daß ich nur die mit einer von ihnen erhaltenen Ergebnisse mitteilen werde. Sie waren beide äußerst empfindlich und zeigten bei der verhältnismäßig schwachen Belichtung, der sie ausgesetzt wurden, keine merkbare Hysteresis. Ich schlug zum Teil das von Stebbins[1]) angegebene Verfahren ein und ließ den vollen Strom mehrere Stunden lang durch die Zelle gehen, ehe ich eine Meßreihe ausführte, und ich hielt die Zimmertemperatur bis auf 1° auf 21° C. Wenn sich schließlich ein stationärer Zustand eingestellt hatte, wurde die Selenzelle dem weißen Licht einer Glühlampe ausgesetzt, bis ungefähr das Doppelte des bei späteren Messungen zu erwartenden mittleren Ausschlages erhalten wurde. Dann wartete ich 3 bis 4 Minuten und wiederholte darauf das Verfahren, und nach Verlauf weiterer 4 Minuten regulierte ich den Rheostaten R_1 wiederum, so daß das Galvanometer auf Null zurückging. All dieses bedeutet, daß der „Dunkelwiderstand" auf den alle späteren Messungen zurückgeführt sind, nicht der ist, den die Zelle annimmt, nachdem sie lange Zeit im Dunkeln gewesen ist, sondern der, den die Zelle nach einer Exposition gegen weißes Licht annimmt. Ein derartiges Verfahren erwies sich deshalb als notwendig, weil eine Zelle, die lange Zeit im Dunkeln gehalten worden war und dann einem Licht von der angewandten Intensität ausgesetzt wurde, mehr als 10 Minuten gebrauchte, um auf ihren anfänglichen „Dunkelwiderstand" zurückzukehren, und diese Zeit war entschieden zu lang, um damit arbeiten zu können. Unter den tatsächlichen Versuchsbedingungen überschritt die für die Erholung notwendige Zeit selten 4 Minuten.

Die Widerstandskästen R_1 und R_2 enthielten beide 10000 Ohm. Das D'Arsonval-Galvanometer G hatte eine Arbeitsempfindlichkeit von 280 Megohm und eine solche Schwingungsdauer, daß es 8 Sekunden brauchte, um von der Ruhelage aus den Maximalausschlag zu erreichen. Das andere D'Arsonval-Galvanometer, das mit dem Thermoelement verbunden war, hatte nur 7 Ohm Widerstand und eine Arbeitsempfindlichkeit von $2 \cdot 10^{-9}$ Ampere. Das Vakuumthermoelement mit zwei Lötstellen, T, sowie die Evakuationsvorrichtung mit Holzkohle (die zur Erzeugung und Erhaltung hoher Vakua benutzt wurde) haben eine neue Konstruktion und sind bereits bei anderer Gelegenheit beschrieben worden[2]). Die Empfindlichkeit war so groß, daß die Gesamtstrahlung einer Meterkerze, die durch ein Steinsalzfenster auf die geschwärzten Lötstellen (von 2 mm² Fläche) fiel, einen Ausschlag von 500 mm hervorbrachte. Bei den vor-

1) A. H. Pfund, Phil. Mag., Jan. 1904.

1) J. Stebbins, Astrophys. Journ. **32**, 185, 1911.

2) Phys. Rev., Auszug aus einer Mitteilung an die Amer. Phys. Soc. auf der Versammlung zu Washington, Dez. 1911.

liegenden Versuchen waren die Lötstellen durch ein Glasfenster geschützt, und ein ähnliches Glasfenster wurde über die Selenzelle gelegt, um jede etwaige selektive Absorption des Glases zu kompensieren.

Empfindlichkeitskurve.

Nachdem ich bereits die Bedingungen definiert habe, unter denen Empfindlichkeitskurven erhalten werden, erübrigt es nur, eine typische Kurve mitzuteilen, die bei sehr schwacher Belichtung erhalten wurde. Um Ausschläge von genügender Größe zu erhalten, schaltete ich eine Sammlerbatterie von 20 Volt bei E_2 (Fig. 2) ein. Aufeinanderfolgende Galvanometerausschläge infolge von Expositionen der Selenzelle unter identischen Bedingungen unterschieden sich selten um mehr als 1 v. H. voneinander. In der nachstehenden Tabelle I ist λ die Wellenlänge des erregenden Lichtes, E die Energie, die durch den Ausschlag des mit dem Thermoelement verbundenen Galvanometers gemessen wurde, D_o der Ausschlag des mit der Selenzelle verbundenen Galvanometers und D_c der für eine konstante Energie von 22,0 mm in Spalte E korrigierte Ausschlag. Die Ergebnisse dieser Tabelle sind in Fig. 3 graphisch dargestellt.

Tabelle I.

λ $\mu\mu$	E mm	D_0 mm	Dc mm
453	22,5	109,5	108,2
494	22,0	113,5	113,5
521	22,0	118,0	118,0
556	21,2	119,9	122,0
601	22,2	118,0	117,0
625	22,0	107,4	107,4
651	21,7	86,1	87,0
663	22,0	80,0	80,0
675	21,6	75,8	78,0
686	21,6	75,0	77,5
711	22,5	58,0	56,2
738	21,3	35,0	37,5
785	22,0	5,0	5,0

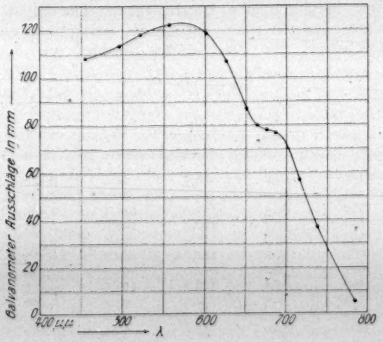


Fig. 3.

Es sei noch erwähnt, daß es sich als möglich erwies, während oder nach einer Messungsreihe die Zelle dem Lichte jeder beliebigen Farbe auszusetzen und mit sehr enger Annäherung früher erhaltene Messungen zu wiederholen.

Das Talbotsche Gesetz.

Angesichts der beabsichtigten Verwendung eines rotierenden Sektors erschien eine sorgfältige Untersuchung über die Anwendbarkeit des Talbotschen Gesetzes auf die Selenzelle unerläßlich. Einerlei, welche Instrumentengattung man benutzt, um die Intensität strahlender Energie zu messen, muß man die Benutzung eines rotierenden Sektors zunächst rechtfertigen, denn es ist keineswegs klar, daß intermittierende Blitze intensiven Lichtes denselben Effekt hervorbringen werden wie ein kontinuierlicher Strahl von demselben gesamten Energiegehalt. Um diesen Punkt zu untersuchen, schlug ich folgendes Verfahren ein: Ich stellte einen rotierenden Sektor mit Öffnungen von 180°, 60° und 20° so vor dem Spektrometerspalt auf, daß ich nach Belieben jede der drei Öffnungen benutzen konnte. Zunächst untersuchte ich das Thermoelement mit Hilfe des rotierenden Sektors und fand, daß die Ausschläge über das ganze Bereich der Skala von 50 cm der Energie streng proportional waren. Dann begann ich mit der Untersuchung an der Selenzelle, und ich muß endgültig feststellen, daß die Zelle stets 12,5 Sekunden lang exponiert wurde. Die Zelle wurde zunächst dem kontinuierlichen Lichtstrahl ausgesetzt, und der entstehende Galvanometerausschlag wurde notiert. Ebenso wurde die Energie gemesssen, die dieser Strahl mit sich führte. Dann wurde der Ausschnitt des Sektors von 180° angewandt, die Selenzelle wiederum exponiert und der sich ergebende Galvanometerausschlag notiert. Alsdann wurde der rotierende Sektor entfernt, das auf das Thermoelement konzentrierte Licht mittels eines optischen Keiles auf 50 v. H. herabgemindert und die Selenzelle wiederum eingeschaltet. Wenn jetzt die Ausschläge, die von der Selenzelle herrühren, wenn sie durch einen auf 50 v. H. seiner anfänglichen Intensität geschwächten Strahl erregt wird, dieselben sind wie die bei Anwendung des Sektors von 180° erhaltenen, so ist das Talbotsche Gesetz gültig. Ich lasse die lange Tabelle der auf diese Frage bezüglichen Ergebnisse fort. Es genüge die

Mitteilung, daß das Talbotsche Gesetz in dem ganzen Spektralgebiet von $\lambda = 450\,\mu\mu$ bis $\lambda = 785\,\mu\mu$ für ein Intensitätsbereich von 1:18 bis auf 2 v. H. (die Genauigkeitsgrenze) gültig ist.

Der Sektor hatte die übliche symmetrische Form mit gleichen Öffnungswinkeln auf entgegengesetzten Seiten des Drehungsmittelpunktes. Für gewöhnlich wurde die Scheibe mit hoher Geschwindigkeit — ungefähr 30 Umdrehungen, d. h. 60 Unterbrechungen, in der Sekunde — betrieben. Es stellte sich indessen heraus, daß die „Trägheit" des Galvanometers wie auch die der Selenzelle es gestattete, eine so niedrige Unterbrechungsfrequenz (ungefähr 10 Unterbrechungen in der Sekunde) zu benutzen, daß für das Auge ein heftiges Flimmern wahrnehmbar wurde. Diese Tatsachen werden durch die nachstehende Tabelle II veranschaulicht, in der die Ausschläge für verschiedene Untersuchungsfrequenzen verzeichnet sind.

Tabelle II.

λ	60 Unterbrechungen in der Sekunde mm	10 Unterbrechungen in der Sekunde mm
494	85,1	85,0
711	145,0	145,8
750	116,5	115,9

Gesetz für den Zusammenhang von E und D.

Eine Reihe von Forschern[1]) haben Gesetze für den Zusammenhang zwischen der Intensität oder der Energie E des erregenden Lichtes und dem dadurch hervorgerufenen Galvanometerausschlag D aufgestellt, der ein Maß für die Änderung der Leitfähigkeit der Selenzelle ist. Die Verschiedenheit der gewonnenen Ergebnisse scheint ein Zeichen dafür zu sein, daß die Versuchsbedingungen in den einzelnen Fällen sehr weit voneinander verschieden gewesen sein müssen. Da das schließlich gefundene Gesetz je nach dem Charakter der Zelle, der Expositionszeit und der absoluten Intensität des Lichtes verschieden ausfallen wird, muß nachdrücklich festgestellt werden, daß die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Zelle von Giltay hergestellt worden war, und daß die mittlere Lichtstärke, die einem Werte $E = 60$ mm entsprach, 2,1 Lux. betrug. (Dieses letztere Ergebnis erhielt ich durch photometrische Abgleichung der Gesamtstrahlung einer Hefnerlampe gegen die monochromatische Strahlung $\lambda = 590\,\mu\mu$). Experimenteller Schwierigkeiten wegen machte ich keinen Versuch, ein Gesetz für sehr starke und für sehr schwache Belichtung aufzustellen. Die Durchsicht einer Tabelle vorläufiger Ergebnisse machte es klar, daß das Gesetz für den Zusammenhang zwischen E und D mit großer Annäherung die Gestalt

$$D = \varkappa E^{\beta}$$

hat, wo $\varkappa$ und β konstant sind, solange die Wellenlänge des erregenden Lichtes ungeändert bleibt. Um β auszuwerten, braucht man nur die den Energien E_1 und E_2 entsprechenden Ausschläge D_1 und D_2 zu verzeichnen. Aus der vorstehenden Beziehung ergibt sich also, daß

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= \varkappa E_1 \\ D_2 &= \varkappa E_2{}^{\beta} \end{aligned}\right\},$$

mithin

$$\beta = \frac{\log D_1/D_2}{\log E_1/E_2}$$

ist. Um eine Vorstellung von der Konstanz von β zu geben, teile ich die nachstehenden Werte (Tabelle III) mit, die einer Reihe vorläufiger Ergebnisse entnommen sind. Ebenso übereinstimmende Ergebnisse erhielt ich überall im Spektrum.

Tabelle III.

$\lambda = 460\,\mu\mu$.

E mm	D mm	β
100,0	254,0	—
74,1	220,0	0,515
42,5	164,6	0,501
21,0	115,1	0,508
7,9	68,0	0,518
5,6	58,3	0,508
	Mittelwert:	0,510

Alle Berechnungen von β sind auf die höchsten Werte von E und D bezogen.

Um zu zeigen, wie sich der Wert von β mit der Wellenlänge ändert, habe ich eine besondere Messungsreihe durchgeführt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle IV enthalten, in welcher E_0 die Energie des Strahles und D_0

Tabelle IV.

λ $\mu\mu$	E_0 mm	D_0 mm	D_1	β
450	20,0	88,5	62,2	0,510
494	38,0	125,0	87,0	0,513
556	61,5	167,0	115,5	0,525
601	59,8	160,0	108,0	0,535
651	59,2	117,0	79,0	0,544
666	58,0	120,0	80,2	0,582
681	58,2	154,0	93,5	0,712
696	61,4	202,0	109,0	0,877
711	59,5	194,5	97,3	1,00
745	82,0	84,2	41,9	1,01
785	164,0	30,6	15,2	1,01
830	180,0	9,0	4,5	1,00

1) Chr. Ries, a. a. O.

der durch ihn hervorgerufene Galvanometerausschlag ist; D_1 ist der Ausschlag, den man erhält, wenn man das Licht mit Hilfe des kreisenden Sektors auf 50 v. H. seiner Anfangsstärke herabsetzt, und β ist der Wert des Exponenten.

Wie ersichtlich, sind für Wellenlängen, die kürzer als 650 $\mu\mu$ sind, die Ausschläge angenähert proportional der Quadratwurzel aus der Energie ($\beta = 0{,}5$), während sie für Wellenlängen, die größer sind als 700 $\mu\mu$, der Energie direkt proportional sind ($\beta = 1{,}0$). Diese Ergebnisse sind in Fig. 4 graphisch dargestellt.

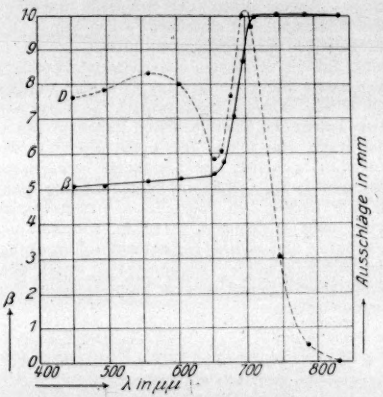


Fig. 4.

In dieser Figur stellt die ausgezogene Kurve die verschiedenen Werte von β dar, und die gestrichelte Kurve ist die dem Werte $E = 60$ mm entsprechende Empfindlichkeitskurve.

Diese Ergebnisse liefern meines Erachtens einen Schlüssel zur Erklärung des Unterschiedes zwischen den sogenannten „harten" und „weichen" Zellen Ruhmers. Diese sind dadurch charakterisiert, daß die ersteren verhältnismäßig empfindlich gegen Änderungen intensiver Lichtquellen und verhältnismäßig unempfindlich gegen schwache Quellen sind. Die letzteren verhalten sich umgekehrt. Ruhmer hat anscheinend ein Verfahren entwickelt, Zellen so zu sensibilisieren, daß man die Lage des Empfindlichkeitsmaximums regulieren kann. Wir wollen einmal annehmen, daß das oben abgeleitete Gesetz zwischen E und D_1 auch für die Ruhmerschen Zellen gelte, und daß wir zwei Zellen haben, deren Empfindlichkeitsmaxima im Grün bzw. im Rot liegen. Diese Zellen mögen nebeneinander angeordnet sein und derselben Quelle weißen Lichtes in einem Abstand von 1 m ausgesetzt werden, und die zugehörigen Stromkreise mögen so eingestellt sein, daß die Galvanometerausschläge, die sich bei einer Exposition der Zellen gegen das Licht ergeben, dieselben seien. Wenn wir nunmehr die Lichtquelle in eine Entfernung von 3 m bringen, so wird die Intensität auf $^1/_9$ ihres ursprünglichen Wertes fallen, und infolgedessen wird der von der „roten" Zelle herrührende Ausschlag gleichfalls auf $^1/_9$ eines ursprünglichen Wertes abnehmen, während der Ausschlag der „grünen" Zelle nur auf ungefähr $^1/_3$ abnehmen wird, da ihr Maximum in jenem Spektralbereich liegt, in dem das Gesetz von der Quadratwurzel gilt. Bei dieser schwachen Belichtung ist also die „grüne" Zelle annähernd dreimal so empfindlich wie die „rote". Wenn andererseits die Lichtquelle bis auf $^1/_3$ m nahegerückt wird, so wird sich die „rote" Zelle als dreimal so empfindlich erweisen wie die „grüne". Die „rote" oder „harte" Zelle ist somit die verhältnismäßig empfindlichere gegen intensive Belichtung, während die „grüne" oder „weiche" die verhältnismäßig empfindlichere gegen schwache Belichtung ist.

Ich verfüge nicht über Zellen dieser beiden Typen. Es dürfte höchst interessant sein, die vorstehenden Folgerungen einer experimentellen Prüfung zu unterziehen.

Veränderung der Empfindlichkeitskurve mit der Belichtungsstärke.

Da erwiesen worden ist, daß der Exponent β nicht durch das ganze Spektrum konstant ist, so liegt es auf der Hand, daß die Gestalt der Empfindlichkeitskurve sich mit der Belichtungsstärke ändern muß. Um zu zeigen, wie ausgeprägt diese Änderungen sind, habe ich die in Fig. 5 wiedergegebenen Kurven aufgenommen. Die Intensitäten oder Energien, die den Kurven I, II, III und IV entsprechen, stehen zueinander im Verhältnis 1 : 4 : 9 : 16. Dabei bildet die Kurve II, die bereits in Fig. 4 zur Darstellung gelangt ist, die Grundlage der Berechnung. Dieses Verfahren ist durchaus zulässig, da es sich herausgestellt hat, daß β über ein noch größeres Intensitätsbereich als 1 : 16 merklich konstant bleibt. Tatsächlich sind Kurven aller hier dargestellten Typen wirklich gefunden worden, und die auf diese Untersuchung gegründeten Schlüsse werden durch die bereits in Fig. 3 dargestellte (bei sehr schwacher Belichtung erhaltene) Kurve sowie auch durch die in meinen früheren Arbeiten[1]) dargestellten Empfindlichkeitskurven durchaus gestützt. Um noch

1) A. H. Pfund, Phil. Mag., Jan. 1904; diese Zeitschrift 10, 340, 1909; Phys. Rev., Mai 1909.

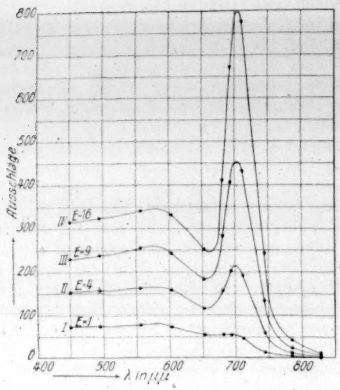


Fig. 5.

einmal auf die Fig. 5 zurückzukommen, so ist zu bemerken, daß die bei der schwächsten Belichtung erhaltene Kurve I ihr Maximum im Grüngelb hat und das Vorhandensein des Maximums im Rot nur schwach andeutet. Wird die Energie auf das Vierfache gesteigert, so erhält man Kurve II, und aus dieser geht hervor, daß die Ausschläge im Gebiete kürzerer Wellenlängen nur ungefähr auf das Doppelte wachsen, die Ausschläge im Rot hingegen auf das Vierfache. Die Erklärung für die übrigen Kurven und der Grund für das gewaltige Anwachsen des Maximums in der Nähe von 700 $\mu\mu$ ergeben sich in ähnlicher Weise.

Auf Grund dieser Ergebnisse wage ich den Versuch, zwischen den auseinandergehenden Ergebnissen zu vermitteln, die verschiedene Beobachter in bezug auf die Lage des Empfindlichkeitsmaximums im Spektrum erhalten haben. Während Minchin[1]), Mercadier und Adams fanden, daß die grüngelben und gelben Strahlen die größte Wirkung ausübten, fanden Sale, Siemens, Forßmann, Marc, Pfund, Schrott und Athanasiadis, daß die roten Strahlen am wirksamsten wären. Die Kurven in Fig. 5 zeigen anscheinend, daß beide Ansichten richtig sein können, je nach der Belichtungsstärke. Bei sehr schwacher Belichtung sind die grüngelben Strahlen am wirksamsten, während bei sehr intensiver Belichtung die roten Strahlen bei weitem die größte Wirkung hervorbringen. Es ist genau zu beachten, daß diese Folgerungen nur unter der Bedingung gelten, daß die Belichtung der Zelle während eines verhältnismäßig kurzen Zeitraumes erfolgt, der gänzlich unzureichend ist, um die Zelle unter dem Einflusse fortgesetzter Bestrahlung einen stationären Zustand annehmen zu lassen. Ob ähnliche Beziehungen wie die hier auseinandergesetzten auch erhalten werden, wenn man die Zelle bis zur Herstellung eines Gleichgewichtszustandes exponiert, oder nicht, ist für uns hier unwesentlich, denn ein solches Verfahren würde die praktische Anwendung der Selenzelle zu photometrischen Messungen ausschließen.

Um abermals auf Fig. 5 zu verweisen, so ist es klar, daß man bei der Verwendung einer Selenzelle zur Messung der Intensität weißen (unzerlegten) Lichtes sehr große Vorsicht üben muß. Angenommen, die Selenzelle integriere die Wirkungen der einzelnen Farben gemäß den dargestellten Empfindlichkeitskurven, so ist es klar, daß die erhaltenen Galvanometerausschläge sich weder direkt wie die Energie ändern werden, noch wie deren Quadratwurzel, sondern wie eine Potenz der Energie, deren Exponent durch die Werte von β und durch die Energieverteilung im Spektrum der Lichtquelle gemeinsam bestimmt wird. Ohne im einzelnen zu zeigen, zu wie fehlerhaften Ergebnissen man gelangen kann, mag es genügen, zu sagen, daß nur das Verfahren einwandfrei ist, welches eine Eichung der Selenzelle mit derselben Quelle einschließt, deren Intensitätsänderungen hernach gemessen werden sollen.

Hysteresiswirkungen und Konstanz des Verhaltens.

Eine Erörterung über die Zuverlässigkeit der mit Hilfe der Selenzelle erhaltenen Ergebnisse und über die Konstanz ihres Verhaltens mit der Zeit ist naturgemäß in diesem Zusammenhange von vitaler Bedeutung. Während zweifellos eine Hysteresis, d. h. eine von früherer Exposition herrührende Wirkung, zu bemerken ist, wenn die Belichtung stark ist, wurde bei den früheren Versuchen, die sämtlich bei schwachen oder nur mäßigen Intensitäten ausgeführt wurden, ein solcher Effekt niemals beobachtet. Tatsächlich erwies es sich während der Bestimmung einer Empfindlichkeitskurve als möglich, jede beliebige Ablesung zu wiederholen, einerlei welcher Lichtfarbe die Zelle zuletzt ausgesetzt gewesen war. Was die zeitliche Konstanz des Verhaltens angeht, so kann man behaupten, daß zwar jede gut hergestellte Zelle nach ihrer Herstellung eine Widerstandszunahme erfährt, daß sie aber schließlich einen stationären Zustand erreicht. Meine Erfahrungen mit den Giltayschen Zellen erstrecken sich allerdings nicht über einen genügend großen Zeitraum, um mich zu berechtigen, Schlüsse zu ziehen, aber ich kann be-

1) Chr. Ries, a. a. O.

haupten, daß Zellen, die ich im Jahre 1904 hergestellt und untersucht hatte, im Jahre 1909, als sie zuletzt geprüft wurden, alle ihre charakteristischen Eigenschaften bewahrt hatten. Diese Zellen hatten Kohleelektroden und wurden in einer entlufteten Röhre aufbewahrt. Wir dürfen mithin schließen, daß eine gealterte und gut gearbeitete Zelle ein zuverlässiges Instrument ist.

Zusammenfassung.

Die gewonnenen Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Es ist festgestellt worden, daß die Selenzelle, als Photometer verwendet, genaue Ergebnisse liefern wird, wenn folgende Bedingungen erfüllt werden:

a) Man muß monochromatisches Licht anwenden;

b) man muß eine genaue Empfindlichkeitskurve aufgestellt haben;

c) die Expositionen gegen das Licht müssen selbsttätig bewerkstelligt werden und von kurzer Dauer sein.

2. Es hat sich ergeben, daß das Talbotsche Gesetz (innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Messung) im ganzen sichtbaren Spektrum gültig ist. Das Bereich der Frequenzen erstreckte sich von 10 bis zu 60 Unterbrechungen in der Sekunde.

3. Für mäßige Belichtungsstärken und für ein Intensitätsbereich von 1 : 18 wird, wie sich herausgestellt hat, die Beziehung zwischen der einfallenden Energie E und dem Galvanometerausschlag D durch den Ausdruck

$$D = \varkappa E^{\beta}$$

dargestellt. Als eine Folge der Bestimmung der verschiedenen Werte, die β annimmt, hat sich ergeben, daß die Ausschläge von $\lambda = 450\,\mu\mu$ bis $\lambda = 650\,\mu\mu$ angenähert proportional der Quadratwurzel aus der Energie sind, während sie von $\lambda = 700\,\mu\mu$ bis $\lambda = 830\,\mu\mu$ der Energie selbst proportional sind. Es ist ein Versuch gemacht worden, das Verhalten „harter" und „weicher" Zellen zu erklären.

4. Auf Grund der Änderung von β mit λ ist dargetan worden, daß sich die Gestalt der Empfindlichkeitskurve mit der absoluten Belichtungsstärke ändert. Weiter ist dargetan worden, daß die Selenzelle bei sehr schwacher Belichtung am empfindlichsten gegen grüngelbes Licht ist, während sie bei intensiver Belichtung gegen rotes Licht am empfindlichsten ist. Es ist eine Erklärung für die Ursache der Unstimmigkeiten zwischen den verschiedenen Forschern in betreff der Bestimmung der Lage des Empfindlichkeitsmaximums versucht worden.

5. Es sind die Bedingungen festgelegt worden, unter denen man die Selenzelle zuversichtlich zur Messung der Intensität weißen Lichtes verwenden kann.

Johns Hopkins Universität, im Februar 1912.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 18. März 1912.)

Über die angebliche Verminderung der Leitfähigkeit ionisierter Luft unter der Einwirkung roten Lichtes.

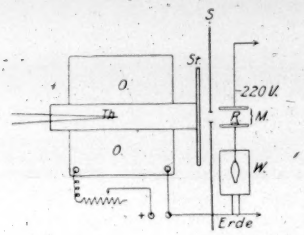
Von K. Bergwitz.

In den Berichten des letzten Radiologen-Kongresses zu Brüssel[1]) hat Rosselet unter dem Titel „Recherches sur les phénomènes actinoelectriques et leur relation avec l'ionisation de l'air" Versuche mitgeteilt, die zeigen sollen, daß durch Bestrahlung mit langwelligem Licht die Ionisation der Luft, die durch kurzwellige Strahlen hervorgerufen ist, wieder aufgehoben wird. Diese Erscheinung soll nach H. Dufour auf eine Analogie zwischen dem Verhalten des Lichtes gegenüber Phosphoren einerseits und ionisierten Gasen andererseits hindeuten. Zum Schluß seiner Mitteilung zieht Rosselet die Folgerung aus seinen Versuchen, daß die Strahlen großer Wellenlänge eine Wiedervereinigung der freien Ionen in der Luft einzuleiten imstande seien. Die betreffende Wirkung könnte man, wenn sie wirklich existierte, demnach als eine Vergrößerung des Wiedervereinigungskoeffizienten ansehen.

Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes hielt ich eine Nachprüfung durchaus für angebracht, zumal die Versuchsbedingungen, unter denen Rosselet arbeitete, in mancher Beziehung nicht ganz einwandfrei zu sein scheinen. Rosselet erzeugte seine langwelligen Strahlen mit Hilfe eines elektrischen Ofens, aus dessen offenem glühendem Heizrohr sie austraten, die kurzwelligen durch eine Funkenstrecke oder den Lichtbogen. Mit dieser Versuchseinrichtung habe ich auch zunächst gearbeitet, auch bisweilen ähnliche Resultate wie Rosselet erhalten, aber in sich übereinstimmende Ergebnisse waren so nicht zu erzielen. Dies liegt teils an den Gasen, die stark polar ionisiert das Heizrohr des Ofens verlassen und in den Meßkondensator eintreten, teils an den schwankenden Ladungen, die, durch die Funkenstrecke hervorgerufen, das Elektrometer beeinflussen. Ich erstrebte deshalb reinere Verhältnisse und wählte als konstante Ionisationsquelle ein kleines Radiumpräparat (0,5 mg $Ra\,Br_2$), das, in einer Glasröhre eingeschmolzen, durch seine

1) C. R. du Congrès international de Radiologie, Sept. 1910. Brüssel 1911.

β-Strahlung die Luft im Kondensator leitend machte. Der elektrische Ofen als Erzeuger der langwelligen Strahlen blieb beibehalten, nur wurde er durch Steinsalzplatten dicht verschlossen. Die Versuchsanordnung zeigt die nachstehende Figur, in der O der elektrische Ofen, Th ein



Thermoelement zur Temperaturkontrolle, St eine Steinsalzplatte, S ein großer geschwärzter und geerdeter Metallschirm, der in der Mitte ein kreisförmiges Loch besitzt, M der Meßkondensator, R das Radiumpräparat und W ein geerdetes Wulfsches Elektrometer darstellen sollen. Der Meßkondensator M besteht aus zwei kreisförmigen isolierten Platten, deren eine an einer konstanten Spannung von 220 Volt liegt. Die andere Platte wird vom Fadenhalter des Elektrometers getragen. Beide Platten haben den gleichen Radius von 9 cm; ihr Abstand beträgt 4 cm. Mit Hilfe einer Stoppuhr wurde nun die Aufladezeit des Elektrometers bis zu einer Spannung von 156 Volt beobachtet. Die Resultate gibt die folgende Tabelle:

Zeit in Minuten	Spannung in Volt	Aufladezeit in Sek. ohne Bestrahlung	durch		mit langwelligem	Licht	
0′	0—156	11,2″	11,2″	11,2″			
30	0—156				11,2″	11,2″	11,2″
45	0—156				11,2	11,0	11,0
60	0—156				10,0	9,8	10,0
75	0—156				10,2	10,0	10,0
90	0—156				9,8	9,8	9,8
120	0—156	9.8	9.8	9.8			

Die Resultate zeigen, daß der von Rosselet beobachtete Effekt in Luft, die durch die β-Strahlung eines Ra-Präparates ionisiert ist, nicht zu konstatieren war. Während bei Rosselet die Verminderung der Leitfähigkeit der Luft bei Einwirkung der Strahlen des Ofens im Laufe der Zeit immer deutlicher hervortrat, ist hier nichts derartiges wahrzunehmen, vielmehr zeigen die Zahlen eine kleine Änderung im entgegengesetzten Sinne an, die vielleicht mit der Temperaturerhöhung der Luft (Abnahme der relativen Feuchtigkeit) zusammenhing. Hiernach dürfte der von Rosselet behauptete Einfluß des roten Lichts auf ionisierte Gase im allgemeinen nicht wahrscheinlich sein, denn es wäre schwer zu verstehen, weshalb die rekombinierende Wirkung der ultraroten Strahlen auf die freien Ionen ausbleiben sollte im Falle der durch die Radiumstrahlen hervorgerufenen Ionisation, während sie bei anderen Ionisatoren eintäte.

Herrn Prof. Freundlich danke ich für die Überlassung des elektrischen Ofens.

Braunschweig, Physik. Institut der Techn. Hochschule, 21. März 1912.

(Eingegangen 25. März 1912.)

Luftelektrische Beobachtungen in Argentinien. III [1]).

(Bestimmung des Gehaltes der Atmosphäre an radioaktiven Induktionen.)

Von Georg Berndt.

In der Zeit vom 29. Dezember 1911 bis zum 1. Februar 1912, also im Hochsommer, habe ich den Gehalt der Luft in Buenos Aires an radioaktiven Induktionen nach der Methode von Elster und Geitel[2]) bestimmt. Als Beobachtungsplatz diente ein Garten, etwa 100 m von dem Hause, in welchem die regelmäßige Bestimmung des Ionengehaltes und des Potentialgefälles[3]) erfolgt. Der an zwei Gockel-Isolatoren[4]) in 2 m Höhe befestigte 12 m lange Kupferdraht von $^1/_2$ mm Durchmesser wurde durch eine Hochspannungs-Zambonisäule[5]) von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig, während 2 Stunden auf negatives Potential geladen, das durch ein Braunsches Elektrometer[5]) gemessen wurde. Beim ersten Versuch ließ sich leider nur ein mittleres Potential von —1600 Volt erreichen, bei den übrigen fünf war es dagegen möglich, die Ladung auf —2000 Volt zu halten, mit einer Schwankung von +200 Volt. Die Exposition begann in der Regel um etwa $8^1/_2{}^h$ a. m., nur beim ersten Versuch um $10^1/_2{}^h$ a. m.

Die Abklingung wurde in einem Wulfschen Elektrometer mit aufgesetzter Ionisierungskammer, einem zylindrischem Gefäß von etwa 12 cm Durchmesser und 10 cm Höhe, beobachtet. Die Ablesungen begannen $2^1/_2$—3 Minuten nach Be-

1) Nr. II siehe diese Zeitschr. **13**, 151, 1912.
2) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **3**, 305, 1902.
3) G. Berndt, diese Zeitschr. **12**, 1125, 1911.
4) A. Gockel, diese Zeitschr. **6**, 328, 1905.
5) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **4**, 138, 1902.

Nummer	Datum	Exp.	Pot.	A	q	*Ra*		*Th*		*Th* Proz.	b	t	f	B	T	W	St	Bemerkungen
						$i_0 \cdot 10^4$	$i_M \cdot 10^4$	$i_0 \cdot 10^4$	$i_M \cdot 10^4$									
1	29.XII.	10h 20' a.	—1600	9,3	0,56	1,7	1,8	0,08	1,3	7,8	760,8	19,6	69,5	0	0	NW	2—3	
											59,5	23,3	57	$\frac{1}{8}$ *Cu*	0	N	3	
2	15.I.	8 46	—2060	32,4	1,94	5,9	6,4	0,17	2,9	4,9	60,5	27,9	80	$\frac{3}{8}$ *Ci St*	0	—	0	
											59,0	28,8	71	$\frac{6}{8}$ *Ci St*	0—1	NO	2	
3	22.I.	8 28	—1970	17,6	1,06	3,4	3,6	0,04	0,7	2,2	60,6	24,9	80	$\frac{5}{8}$ *Cu*	1	NO	2	
											59,0	26,7	74	$\frac{1}{8}$ *Cu*	0—1	NO	1	Boden
4	25.I.	8 24	—2020	43,9	2,63	8,3	9,0	0,14	2,5	3,0	58,6	26,0	70	$\frac{3}{8}$ *Ci*	1	N	3	feucht. Pot.
											56,8	30,1	62	$\frac{1}{8}$ *Ci Cu*	0	NO	1	schwankt.
5	29.I.	8 23	—1990	29,6	1,79	5,5	6,0	0,14	2,4	4,3	60,1	24,8	74	0	1	N	3	
											58,8	27,1	57	$\frac{1}{8}$ *Cu*	0	N	2	[Sonne.
6	1.II.	8 16	—2090	48,7	2,92	9,2	10,0	0,18	3,1	3,5	57,0	26,0	68	$\frac{8}{8}$ *Ci St*	1	N	2—3	zuweilen
											55,0	29,2	59,5	$\frac{7}{8}$ *Ci St*	1	SW	3	Sonne scheint. Staubaufwirbelung.
		Mittel	—2025	34,4	2,1	6,5	7,0	0,13	2,3	3,5								

endigung der Exposition, und wurden über 10 Stunden fortgesetzt, um den Thoranteil bestimmen zu können. Die Berechnung geschah nach den von Gruner[1]) angegebenen Gleichungen in der von Kurz[2]) benutzten Form. Für die Proportionalitätsfaktoren k' und k'' wurden die von Schmidt[3]) bestimmten Werte (6,0 bzw. 8,0) benutzt, obwohl diese streng nur für ein Gefäß von 7,2 cm Durchmesser und 7,5 cm Höhe gelten. Der hierdurch verursachte Fehler ist aber nur gering; immerhin war er doch aber so groß, daß es nicht mehr möglich war, den Aktiniumanteil abzusondern, der aber nur sehr gering sein kann, etwa entsprechend dem von Kurz[4]) in München gefundenen Werte von 3 Proz.

Der durch *Ra* und *Th* verursachte Potentialabfall wurde zunächst umgerechnet auf den Wert, den man erhalten würde, wenn man die Exposition fortgesetzt hätte, bis sich die maximal mögliche Menge von *Ra*- und *Th*-Induktionen niedergeschlagen hätte[5]). Um daraus das Verhältnis I/I' der Ionisationswirkung des Radiums und des Thors in der freien Atmosphäre zu erhalten, wurde die Formel[6]) benutzt:

$$\frac{I}{I'} = \frac{a}{a'} \cdot \frac{\lambda}{\lambda'} \cdot \frac{v'}{v} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda' \cdot t}}{1 - e^{-\lambda \cdot t}},$$

in welcher bedeuten:

a und a' die von den maximalen Mengen von Radium und Thor am Schluß der Exposition unterhaltenen Sättigungsströme,

λ und λ' die Zerfallskonstanten von *RaA* und *ThA*,

t die Expositionsdauer (2 Stunden) und

v/v' das Verhältnis der spezifischen Geschwindigkeiten von *RaA* und *ThA*.

Für v'/v wurde der von Kurz[1]) ermittelte Wert 1 : 2,92 benutzt.

Mit Hilfe der Radium- und Thorkurven wurde der Potentialabfall bestimmt, der sich in der Zeit 0 bis 15 Minuten nach Beendigung der Exposition ergeben hätte, und hieraus, wie üblich, der Potentialabfall durch 1 m Draht in 1 Stunde berechnet. Um die Elster- und Geitelsche Aktivierungszahl A zu erhalten, ist dieser Wert noch mit dem Verhältnis der Kapazitäten des von mir und des von Elster und Geitel benutzten Apparates zu multiplizieren. Nach Angabe von Günther & Tegetmeyer ist dieses Verhältnis 3,74 : 14. Um die durch die radioaktiven Induktionen in der Luft in 1 sec erzeugten Ionen zu berechnen, wurde mit Kurz[2]) angenommen, daß dem Werte $A = 1$ eine sekundliche Ionenerzeugung $q = 0{,}06$ entspricht. Da der Wert von A von den Apparatdimensionen abhängt, habe ich noch die Sättigungsströme berechnet, die von den auf 1 m Draht niedergeschlagenen Radium- und Thorinduktionen im Augenblick der Beendigung der Exposition (i_0) unterhalten werden, und ferner die Werte (i_M), die man beobachten kann, wenn man die Exposition bis zur Erreichung der maximal möglichen Menge fortgesetzt hätte.

In vorstehender Tabelle sind die erhaltenen Resultate mitgeteilt. In den einzelnen Spalten finden sich: Versuchsnummer, Datum, Beginn der Exposition (Exp.), Potential, Elster- und Geitelsche Aktivierungszahl A, sekundliche

1) P. Gruner, Ann. d. Phys. **19**, 169, 1906.
2) K. Kurz, Münch. Ber. Math.-Phys. Kl. **25**, 1. Abhandlung, S. 17—18, 1909.
3) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. **21**, 609, 1906.
4) K. Kurz, l. c., S. 27.
5) Die diesbezüglichen Formeln siehe bei K. Kurz, l. c., S. 20—21.
6) K. Kurz, l. c., S. 33.

1) K. Kurz, l. c., S. 34.
2) K. Kurz, l. c., S. 50.

Ionenerzeugung q, Sättigungsströme $i_0 \cdot 10^4$ und $i_H \cdot 10^4$ für *Ra*- und *Th*-Induktionen, prozentualer *Th*-Anteil, Barometerstand (b), Temperatur (t), relative Luftfeuchtigkeit (f), Bewölkung (B), Transparenz der Luft (T), Windrichtung (W), Windstärke (St) und einige Bemerkungen. Die meteorologischen Daten[1]) sind für die Zeit 8^h a. m. und 2^h p. m. angegeben. Sämtliche Beobachtungen erfolgten, wie aus diesen Daten folgt, an luftelektrisch normalen Tagen und bei fallendem Barometer. Zum Schluß der Tabelle folgt das Mittel aus den letzten fünf Versuchen, da bei dem ersten wegen des niedrigeren Potentials der Thoranteil größer ist als bei einer Ladung von -2000 Volt.

Es folgt aus den mitgeteilten Daten, daß auch hier in Argentinien sowohl A[2]) als auch der *Th*-Anteil[3]) den an anderen Orten erhaltenen Werten entspricht, so daß im großen und ganzen das Verhältnis der Radium- zur Thormenge auf der Erde konstant zu sein scheint, soweit nicht örtlich besondere Lagerungen Abweichungen hiervon bedingen.

1) Vgl. hierzu G. Berndt, l. c.

2) Eine Zusammenstellung über die bisher erhaltenen Werte von A findet sich bei H. Mache und E. v. Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität, 1909, S. 163.

3) Eine Zusammenstellung über die bisher erhaltenen Werte des Thoranteils an den in der Atmosphäre befindlichen radioaktiven Induktionen findet man bei K. Kurz, l. c., S. 35—36.

Buenos Aires, Instituto de Física del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, den 23. Februar 1912.

(Eingegangen 20. März 1912.)

Zur Bestimmung der Kapazität von Blättchenelektroskopen.

Von Karl Lichtenecker.

Zur Bestimmung der Kapazität von Blättchen-Elektroskopen, deren Größe in alle Angaben über Radioaktivitätsmessungen von Gesteinen, Quellen usf. als Konstante eingeht, hat Harms[1]) eine Methode ausgearbeitet, nach welcher derzeit die käuflichen Apparate meist geeicht sind. Diese Methode erfordert eine verhältnismäßig kostspielige und nicht ganz einfache Apparatur, und auch dann noch ist das Ergebnis ein relatives, weil es wieder nur auf die in der Werkstätte ausgeführte Eichung der Kapazität des Harmsschen Kondensators z. B. mit dem ballistischen Galvanometer oder mit großen, genau geeichten Hilfskapazitäten zurückgeht. Ohne Anwendung dieser Methode betragen jedoch die Abweichungen nach Harms, (l. c.) 25 v. H. und mehr: „Verwendet man, wie es vielfach geschehen ist, zur Übertragung einer bekannten E.-M. auf ein Elektrometer Kugeln von einigen Zentimetern Radius, die man durch Berührung mit dem einen Pol einer Batterie ladet, so kann die Abweichung der auf den Kugeln befindlichen E.-M. von der berechneten $V \cdot r$ meiner Schätzung nach 25 Prozent und darüber betragen. Überhaupt halte ich die exakte Bestimmung kleiner Kapazitäten etwa unter einigen 100 cm nach den gewöhnlichen Methoden für unmöglich: Zuleitungen, Änderungen der Lage von Umschaltern haben außerordentlich großen Einfluß."

1) Diese Zeitschr. 5, 47, 1904.

Bei der allgemeinen Verbreitung, die das Blättchenelektroskop bei Radioaktivitätsmessungen gewonnen hat, ist es vielleicht nicht unangebracht, darzulegen, wie weit man ohne alle besonderen Hilfsmittel, nur mit Anwendung von isolierten Metallkugeln unter Beobachtung entsprechender Vorsichtsmaßregeln kommen kann.

Die Kapazität der Versuchskugel vom Radius r im Augenblicke der Abnahme der Ladung von der Elektrizitätsquelle und im Augenblicke der Abgabe von Ladung an das Elektroskop werde durch räumlich gleiche Konfiguration gleichgemacht; sie sei bezeichnet mit c. (Siehe nachstehende Abbildung.)

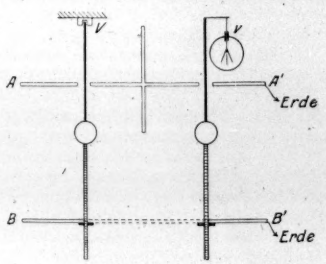


Fig. 1.

V sei die Spannung einer konstanten Stromquelle (Akkumulatoren). Dann nimmt die Kugel beim Laden die Elektrizitätsmenge

$$e = c \cdot V \qquad (1)$$

auf. Nun bringt man die Kugel zur Berührung mit dem Elektroskop; dieses sei vorher zur Erde abgeleitet gewesen und zeige jetzt die Spannung v an. Die Ladung e breitet sich auf beide Körper aus. Die Kapazität des Elektroskops in diesem Augenblicke — nämlich bei Berührung mit der Kugel — sei x; dann ist

$$c \cdot V = v\ (x + c). \qquad (2)$$

Hierzu erscheint noch eine Bemerkung nötig. Beim Entfernen der Kugel aus dem Bereiche

des Elektroskops sinkt dessen Spannung von v auf einen nicht unbeträchtlich kleineren Wert v'. Nähert man die bereits vom Elektroskop entfernte Kugel demselben neuerdings, so zeigt sich ein allmählicher Zuwachs der Spannung vom Werte v' an. Letztere geht ohne Sprung wieder in die ursprüngliche Berührungsspannung v über, wenn die Berührung eingetreten ist. Ein Elektrizitätsübergang findet also bei mehrmaliger Trennung und Wiederberührung zwischen Elektroskop und Kugel nicht statt. Den beiden Teilen des aus Elektroskop und Kugel bestehenden Systems kann man also auch im Falle der Berührung bestimmte Teilkapazitäten zuweisen, nämlich die Grenzwerte, die ihre Kapazitäten — diese als Funktionen des gegenseitigen Abstandes D aufgefaßt — für $D = 0$ gegen Erde annehmen. Bei ungeänderter Ladung ist Kapazität und Spannung verkehrt proportional, also

$$\frac{\varrho}{x} = \frac{v}{v'}, \tag{3}$$

wenn ϱ die wahre Kapazität des Elektroskops bezeichnet.

Nun erscheint die Annahme naheliegend, daß $c - r$ eine mit r wenig veränderliche Größe ist, wenn r hinreichend groß gewählt wird. Dies läßt sich experimentell nachprüfen, da man dazu nur relative Messungen benötigt.

Nach Gl. (2) ist nämlich, wenn r_1, r_2 und r_3 die Radien dreier Versuchskugeln, c_1, c_2 und c_3 ihre Kapazitäten bei der Berührung sind,

$$r = r_1 \cdots \quad c_1 = x\,\frac{v_1}{V - v_1} = x \cdot \varkappa_1$$

$$r = r_2 \cdots \quad c_2 = x\,\frac{v_2}{V - v_2} = x \cdot \varkappa_2$$

$$r = r_3 \cdots \quad c_3 = x\,\frac{v_3}{V - v_3} = x \cdot \varkappa_3$$

Trifft die gemachte Annahme zu, so muß

$$\frac{r_1 - r_2}{r_2 - r_3} = \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2 - \varkappa_3} \text{ sein.} \tag{4}$$

In dem Bereiche, in dem diese Beziehung sich als experimentell zutreffend erweist, folgt:

$$c_1 - c_2 = r_1 - r_2 = x\left(\frac{v_1}{V - v_1} - \frac{v_2}{V - v_2}\right) \text{ oder}$$

$$x = (r_1 - r_2)\,\frac{(V - v_1)(V - v_2)}{V(v_1 - v_2)} = \frac{r_1 - r_2}{\varkappa_1 - \varkappa_2}$$

und die wahre Kapazität des Elektroskops nach Gl. (3)

$$\varrho = \frac{r_1 - r_2}{\varkappa_1 - \varkappa_2} \cdot \frac{v_1}{v_1'}. \tag{5}$$

Die außerdem gemachte Voraussetzung, daß die Kapazität x des Elektroskops bei Berührung mit verschiedenen Kugeln des oben definierten Bereiches merklich ungeändert bleibt, ist wohl von vornherein unbedenklich, folgt aber auch experimentell aus der Konstanz des Verhältnisses $\frac{v}{v'}$.

Um im Empfindlichkeitsbereich des Elektroskops zu bleiben, wird es bei den Kugeln mit kleinerem Radius notwendig, statt ein-, zweimal das Elektroskop mit der Kugel aufzuladen.

Nach der ersten Ladung trägt das Elektroskop die Elektrizitätsmenge $v\,x = V\,c - v\,c$

Bei der zweiten Ladung steigt die Spannung des Elektroskops im Augenblicke der Berührung auf $\dot{v}$.

Man hat jetzt $v\,x + V\,c = \dot{v}\,(x + c)$.

und wenn man $x = \frac{V \cdot c}{x + c}$ einsetzt und die quadratische Gleichung nach x auflöst

$$x = \frac{c}{v}\left[V - \dot{v} \pm \sqrt{V\,(V - \dot{v})}\right] \tag{6}$$

wobei wegen der physikalischen Bedeutung von x nur das obere Zeichen zu verwenden ist.

Hieraus ist

$$c = x \cdot \frac{\dot{v}}{V - \dot{v} + \sqrt{V\,(V - \dot{v})}} = x \cdot \varkappa$$

und für zwei Kugeln wie oben nach Gleichung (4), wenn $\dot{v}'$ die Spannung nach Entfernung der Kugel bedeutet,

$$\varrho = \frac{r_1 - r_2}{\varkappa_2 - \varkappa_2} \cdot \frac{\dot{v}}{\dot{v}'}.$$

Für die Messungen wurden zuletzt drei Kugeln mit den Radien $r_1 = 9{,}75$ cm, $r_2 = 8{,}35$ cm, $r_3 = 6{,}35$ cm verwendet, die an einen etwa 80 cm langen, mit Paraffin überzogenen Ebonitstab angeschraubt werden konnten. $A\,A'$ ist ein 2 m langer, 1,5 m hoher Schirm, der mit Zinnfolie überzogen ist. Wurden dann die Aufladungen mit ausgestrecktem Arm ausgeführt, so war man von Ungleichheiten der Kapazität durch den Körper des Aufladenden hinreichend frei; noch besser ist es allerdings, wenn die Person beim Aufladen hinter einem zweiten, zum Schirm $A\,A'$ parallelen, ebenfalls geerdeten Schirm $B\,B'$ sich befindet, der mit einer geeigneten Schlitzführung versehen ist. Durch diese kann außerdem erreicht werden, daß die Berührung zwischen Kugel und Zuleitungsdraht jedesmal vollkommen zentral ist. Das Elektroskop, das zur Verwendung kam, war ein gewöhnliches Exnersches Aluminiumblattelektroskop aus einem „Fontaktometer" nach Engler und Sieveking[1]). Zu anderen Zwecken waren für dasselbe im Laboratorium verschieden gestaltete Emanationsgefäße und Zerstreuungskörper angefertigt worden,

1) Bezogen von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

und es ergab sich die Aufgabe, die Kapazität dieser verschiedenen Anordnungen zu bestimmen.

Von den durchgeführten Meßreihen soll hier die eine Platz finden, die mit dem ursprünglichen Apparat durchgeführt wurde, dessen Kapazität, nach Harms gemessen, laut Prüfschein 10,4 cm beträgt. Bestimmt wurde die Kapazität des Elektroskops + Zuleitungsdraht und die Länge l des letzteren verändert. Gearbeitet wurde sowohl mit einmaliger, als auch mit zweimaliger Aufladung.

l	x	$\frac{v}{v'}$	ϱ	$\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_3}$
63,0 cm	16,85 cm		18,03 cm	0,672
57,5 „	16,15 „	1,066	17,28 „	
52,5 „	16,13 „	1,053	16,98 „	0,706
47,5 „	15,24 „	1,065	16,15 „	0,729
42,5 „	14,01 „	1,062	14,88 „	
37,5 „	14,03 „	1,048	14,70 „	0,714
30,0 „	12,93 „	1,046	13,51 „	0,694

Für den verwendeten Satz von 3 Kugeln ist $\frac{r_1 - r_2}{r_2 - r_3} = \frac{1,4}{2,0} = \mathbf{0,70}$. Wie man sieht, ist die Bedingungsgleichung für die Richtigkeit der Methode (4)

$$\frac{r_1 - r_2}{r_2 - r_3} = \frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_3}$$

erfüllt; der Mittelwert aus den 6 gefundenen Werten von $\frac{x_1 - x_2}{x_2 - x_3}$ ist **0,703.**

Die immerhin beträchtlichen Abweichungen einzelner Werte vom Mittel sind vor allem auf Spannungsschwankungen der verwendeten Stromquelle zurückzuführen. Da keine Hochspannungsbatterie zur Verfügung stand, mußte die Spannung des städtischen Netzes = 220 Volt verwendet werden. Trotzdem in den späten Abendstunden gearbeitet und durch ein geeignetes Voltmeter außerdem die Spannung im Augenblicke des Entfernens der Kugel von der Spannungsquelle jedesmal abgelesen wurde, gelang es, wohl infolge der dem Spannungsmesser innewohnenden Trägheit, nicht, den Einfluß der Schwankungen ganz auszuschalten. Die größten Abweichungen vom Mittel bleiben immerhin unter 5 v. H. Nur zum Vergleich sei angeführt, daß, wenn man den Wert für die Kapazität des Elektroskops allein aus der mitgeteilten Reihe extrapoliert, man den Wert $\varrho = 10,0$ cm erhält; dies ergibt gegen den Eichwert eine Abweichung von 4 Prozent. (Hierzu das beigegebene Diagramm Fig. 2.) Für präzise Unterstützung bei den Messungen habe ich Herrn stud. Frost zu danken.

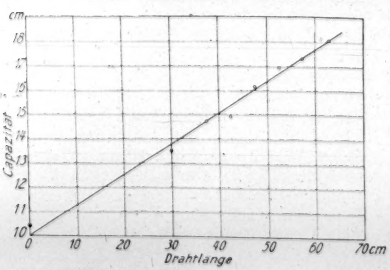


Fig. 2.

Kapazität des Elektroskops ohne Zuleitung:
Durch Extrapolation für $l = 0$ bestimmt . . . . . 10,0 cm,
geeicht mit der Harmsschen Methode* . . . . . 10,4 „ .

Zusammenfassung. Es wurde eine einfache, mit überall vorhandenen Hilfsmitteln durchführbare Methode entwickelt, um kleine Kapazitäten, insbesondere von Blättchenelektroskopen zu messen. Das Ergebnis der Beobachtungen zeigte die Zulässigkeit der in der Ableitung gemachten Annahme. Die größte Abweichung der einzelnen Werte vom Mittel betrug 5 v. H., wobei berücksichtigt werden muß, daß statt einer konstanten Spannungsquelle nur mit der Netzspannung gearbeitet werden konnte.

Reichenberg, Phys. Lab. der Staatsgew.-Schule, 15. Februar 1912.

(Eingegangen 20. März 1912.)

Demonstration der Resonanzkurve mit der Braunschen Röhre.

Von Erich Marx und Fritz Banneitz.

Mit Tafel XIX.

In der Vorlesung über elektrische Schwingungen und Wechselströme ist die Braunsche Röhre ein so hervorragend beliebtes Demonstrationsmittel geworden, daß sie zur Sichtbarmachung von Wechselstromkurven, von Phasendifferenzen, Schwebungen, Lissajouschen Figuren, Hysteresisschleifen, oszillatorischen Entladungen usw. allgemein Anwendung findet, indem man Schaltungen benutzt, die von den Herren Braun[1]), Zenneck[2]), Richardz und Ziegler[3]), Wehnelt und Donath[4]), Ebert und Hoffmann[5]) und Simon und Reich[6]) ausgearbeitet sind.

1) F. Braun, Wied. Ann. **60**, 532, 1897; E.T.Z. **19**, 204, 1898.
2) J. Zenneck, Wied. Ann. **68**, 365, 1899; **69**, 844, 1899.
3) F. Richarz und W. Ziegler, Ann. d. Phys. **1**, 468, 1900.
4) Wehnelt und Donath, Wied. Ann. **69**, 861, 1899.
5) H. Ebert und Hoffmann, E.T.Z. **19**, 405, 1898.
6) Simon und Reich, diese Zeitschr. **2**, 285, 1901.

Die Herren Simon und Reich (l. c.) haben eine sehr dankenswerte Zusammenstellung solcher Versuche gelegentlich der Publikation ihrer eleganten Methode, der Demonstration der oszillatorischen Entladung, gegeben. In dieser Zusammenstellung und in der im Lehrbuch von Zenneck[1]) enthaltenen ist eine Sichtbarmachung der Resonanzkurve mit der Braunschen Röhre nicht angegeben; es ist uns auch nicht bekannt, daß sie irgendwo durchgeführt wurde. Gerade wegen ihres Hauptvorzuges, des Fehlens eines Trägheitseinflusses, ist aber die Braunsche Röhre für die Demonstration der Resonanzkurve bei schnellen Schwingungen allein geeignet, um die ganze Kurve stehend zu demonstrieren. Bei dem von Franke[2]) angegebenen, sehr hübschen Vorlesungsversuch läßt sie sich lediglich durch das Wandern eines Lichtpunktes bei Veränderung der Kondensatorstellung vorführen, indem man die Ordinatenverschiebung durch ein sich langsam einstellendes Hitzdrahtinstrument bewirkt. Dieses würde versagen, falls man den Kondensator so schnell drehen wollte, wie erforderlich wäre, um die Kurve für das Auge stehend zu erhalten.

Bei der Methode, die hier verwendet wurde, wird die Kondensatordrehung, und hiermit die Kapazität des Kondensators, als Abszisse wiedergegeben. Dies geschieht durch eine eindeutige, mit zunehmender Kapazität wachsende magnetische Ablenkung des Kathodenstrahls in horizontaler Richtung. Die Ordinaten der Resonanzkurve sind durch den Betrag der Spannungsamplituden am Kondensator des Schwingungskreises bestimmt, indem zwei kleine Hilfselektroden eine elektrostatische Ablenkung senkrecht zu der magnetischen bewirken.

Die Anordnung ist hiernach die folgende (vgl. Fig. 1): Eine mit Wasser und Wasserstoff

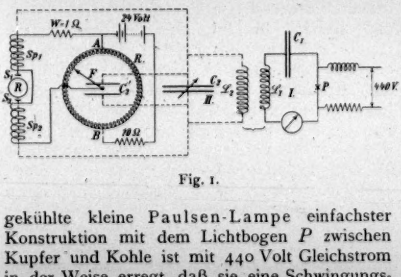


Fig. 1.

gekühlte kleine Paulsen-Lampe einfachster Konstruktion mit dem Lichtbogen P zwischen Kupfer und Kohle ist mit 440 Volt Gleichstrom in der Weise erregt, daß sie eine Schwingungsenergie von ca. 2,5 Amp. in dem Kreise I erzeugt. Dieser Kreis besteht aus einem variabeln Plattenkondensator C_1 mit 10 Platten von 12 cm Durchmesser, die mit einem Abstand von 5 mm voneinander in Petroleum stehen, und einer Selbstinduktionsspule L_1, die aus wenigen Windungen eines 2 mm dicken Kupferdrahtes von 20 cm Durchmesser hergestellt ist. Mit diesem Kreise verhältnismäßig lose gekoppelt ist Kreis II, der aus zwei parallel geschalteten Drehkondensatoren C_2 und C_2' und der Selbstinduktion L_2 besteht. Als C_2 benutzten wir den Drehkondensator, als L_2 die Koppelungsspule Nr. IV eines Dönitzschen Wellenmessers. C_2' ist ein kleiner Zusatzkondensator zu C_2. Kreis II wird mit Kreis I in Resonanz gebracht, und zwar so, daß sich C_2' in der Mittellage befindet, während C_2 die Resonanzeinstellung bei unverändertem C_2' übernimmt. Auf diese Weise wird erreicht, daß beim nachherigen Verändern der Einstellung des aus fünf Platten von 15 cm Durchmesser und 5 mm Abstand bestehenden Luftkondensators C_2' die Resonanzlage nach beiden Seiten überschritten werden kann. Die Gesamtkapazität von C_2' ist so klein gewählt, daß bei Veränderung derselben, durch Drehung von 0 bis 180°, die Periode des Kreises nur um so viel geändert wird, wie zur Abgrenzung des Resonanzbereichs erforderlich ist.

An den Polen des Kondensatorpaares $C_2 - C_2'$ liegen die Elektroden S_1 und S_2, die die elektrostatische Ablenkung des Kathodenstrahls bewirken und die Ordinaten der Resonanzkurve ergeben. Es sind zwei Kupferplatten von 3 cm Durchmesser, die als Außenelektroden an der Röhre angebracht sind.

Zur Erzeugung der Ablenkung in der Abszissenrichtung muß ein Hilfsstromkreis benutzt werden, dessen Stromstärke sich erstens synchron ändert mit C_2' und zweitens zunimmt, wenn C_2' zunimmt.

Zur Erfüllung der ersten Bedingung wird ein ringförmig gewickelter Widerstand R (vgl. Fig. 2) von ca. 30 Ohm, an dem, an zwei diametral gegenüberliegenden Kontakten A und B, unter Vorschaltung von ca. 10 Ohm, 24 Volt anliegen, auf dem Kondensator C_2' angebracht. Von diesem Widerstand läßt sich Strom variabler Stärke zwischen Punkt A und dem Schleifkontakt F, der am Drehknopf des Kondensators befestigt ist, abnehmen. Dieser Strom wird zu den Spulen Sp_1 und Sp_2 geführt und bewirkt eine magnetische Ablenkung des Kathodenstrahls, die für jede Kondensatorstellung die entsprechende Abszissenablenkung hervorruft.

Um die zweite Bedingung, die Zunahme der Ablenkung, mit wachsender Kapazität C_2', zu erfüllen, ist noch zu beachten, daß der

1) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen. Stuttgart 1905.
2) A. Franke, E.T.Z. **27**, 1002, 1906.

Schleifkontakt F so eingestellt wird, daß er bei der Nullstellung des Kondensators C_2' bei A steht. Hierdurch wird erreicht, daß die beiden symmetrisch zur Nullstellung gelegenen Resonanzlagen, die sich bei einer Drehung um 360° ergeben, gleiche Abszissenwerte erhalten. Der Widerstand W (Fig. 1) hat den Zweck, Sprünge beim Ausschalten der letzten Windungen zu vermeiden.

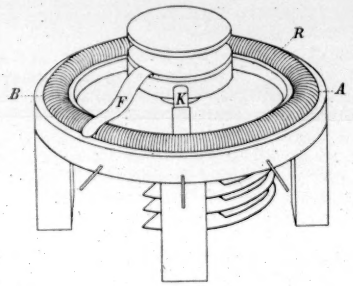


Fig. 2.

Fig. 2 zeigt den mit dem ringförmigen Widerstand kombinierten Drehkondensator (C_2'). Die auf der Widerstandsspirale R schleifende Feder F ist am Drehkopf des Kondensators befestigt und steht durch den Schleifkontakt K mit dem einen Ende der Ablenkungsspulen in Verbindung, während das andere an dem Kontakt A der Spirale anliegt. Der Durchmesser AB beträgt 20 cm.

Läßt man nun den drehbaren Teil des Kondensators mit der daran befestigten Schleiffeder rotieren, so wird bei einer Umdrehung die Resonanzkurve von dem Kathodenstrahl zweimal durchlaufen, weil bei jeder Umdrehung zweimal der gleiche Kapazitätswert von C_2' erreicht wird. Bei Motorantrieb erhält man die Resonanzkurve stehend. Infolge der oszillierenden Spannungen an den Elektroden S_1 und S_2 (in Fig. 1) erscheint sie als symmetrische zur Abszissenachse liegende Fläche, die von zwei symmetrischen Resonanzkurven begrenzt ist. Da die Geschwindigkeit des durch S_1 und S_2 fächerförmig abgelenkten Kathodenstrahls an der Begrenzung der Fläche gleich null ist, während sie an den anderen Stellen beträchtliche Werte hat, erscheint die Begrenzung heller erleuchtet als die Fläche. Fig. 3[1]) ist eine photographische Aufnahme mit 10 Minuten Belichtungsdauer, bei der eine Einstellung erreicht ist, die, wie es sein soll, nur ein Maximum zur Beobachtung bringt, während Fig. 4 eine Einstellung zeigt, bei der sich zwei Resonanzmaxima ausbilden. Bei genauer Betrachtung sieht man auch die bekannte Unsymmetrie der Resonanzkurve zur Mittelordinate.

Will man die Kurve nur auf einer Seite der Abszisse haben, so kann man die Ablenkungsphase in einer Richtung durch Ventilröhren oder analog wirkende Apparate ausschalten.

Phys. Inst. d. Universität Leipzig, März 1912.

(Eingegangen 1. April 1912.)

1) Die Fig. 3 u. 4 befinden sich auf Tafel XIX.

Erwiderung auf Herrn R. W. Woods „Kritische Bemerkungen".

Von W. Steubing.

Herr Wood hat gegen meine Wiederholung seiner Versuche, zu der er seinerzeit (diese Zeitschr. **11**, 826, 1910) selbst aufforderte, Einwände[1]) erhoben, gleichzeitig bezüglich einer früheren zweieinhalb Jahre zurückliegenden Arbeit von mir Prioritätsansprüche erhoben und dazu kritische Bemerkungen gemacht. Darauf erlaube ich mir folgendes zu erwidern:

1. Herr Wood folgert, meine Aufnahmen bewiesen das Vorhandensein seiner „Emission". Er sagt: Fig. 4b auf Taf. XII ist das Spektrum der Emission und Fig. 4f das des Funkens in Luft, das nach Herrn Steubings Aussage mit dem der Emission identisch ist. — Ich möchte an Herrn Steubing die Frage richten, was aus der sehr starken Aluminiumlinie geworden ist, die in Fig. 4f bei weitem die stärkste Linie ist und in Fig. 4b überhaupt nicht erscheint. Daß der Metallstaub es versäumt hat, das Licht zu zerstreuen, das diese Linie liefert, muß ein Versehen auf seiten des Staubes gewesen sein usw.

Ich antworte darauf:

a) Wenn ich die Spektren Fig. 4b und 4f praktisch identisch genannt habe, so heißt das, daß sowohl die fraglichen Banden wie die Hauptmetallinien auf beiden Photogrammen enthalten sind. Das ist der Fall. — Zum Überfluß ist außer dieser ausdrücklichen Feststellung am Fuße von Taf. XII eine *Al*-Linie in Fig. 4b durch einen Pfeil markiert, obgleich die Reproduktion, welche die Intensitätsverhältnisse in den Spektren allgemein stark verschoben hat, weder sie noch die andern deutlich erkennen läßt. Warum vergleicht Herr Wood nicht ebenso kritisch die beiden vollständig bandenfreien Spektren *a* und *e* des kondensierten *Al*-Funkens, die nur *Al*-Linien zeigen, sowohl in der „Emission" *a* wie im Funken *e* und auch in der Wiedergabe verschiedene Intensitätsverhältnisse zeigen? Hiernach müßte es ein „Ver-

1) Diese Zeitschr. **13**, 32, 1912.

sehen von seiten des Staubes gewesen sein", daß er den nach längeren Wellen liegenden Teil ca. 10mal stärker zerstreut hat.

b) Die Spektrogramme *c*, *d*, *e*, *f* zeigen deutlich, daß es ganz auf die Funkenbedingungen ankommt, ob man im direkten Funken nur Banden (*N* und *O*) oder nur Linien, oder beides in beliebigem Intensitätsverhältnis haben will. Schon der direkte Funke liefert ein Spektrum, wie es Herr Wood erneut als Stütze seiner Emission in Taf. XIII, 1 und 2 wiedergibt, und das zerstreute Licht, ob mit oder ohne *Al*-Linien, ist natürlich hiermit identisch.

c) Herr Wood scheint gänzlich meine Notiz übersehen zu haben, daß ich das Spektrum der „Emission" *a* bzw. *b* zur Kontrolle mit dem in der Kammer wirksamen Funken direkt verglichen habe, durch Drehen der Funkenkammer um 90° und feststellte, daß ein Unterschied zwischen dem zerstreuten und direkten Licht nicht bestand.

2. Den von Herrn Wood vorgeschlagenen „Versuch mit dem Kupferblech" habe ich in ähnlicher Anordnung (kein Kupfer) bereits gelegentlich meiner Fluoreszenzversuche an Quecksilberdampf unternommen, aber wegen negativen Resultates (ich prüfte damals, wie aus einer Anmerkung S. 789 ersichtlich, die Sauerstofffluoreszenz) nicht mitgeteilt. Der Versuch beweist nichts in Herrn Woods Sinne, noch weniger Herrn Woods Reproduktion: Wenn sogar die Funkenansatzstellen auf der Photographie stark hervortreten, wie kann man da erwarten, daß eine aus ultraviolettem, also photographisch, nicht optisch bemerkbarem Bandenlicht bestehende Funkenaureole, die sicher weit über die Ansatzstelle hinausragte, nicht mitphotographiert wird? Wenn aber lichtzerstreuender Rauch über den Spalt geblasen wurde, so ist begreiflich, daß er das intensivere Licht des Kernfunkens stärker zerstreute, wie das schwache der Aureole, also letzteres durch Unterexposition wenig oder gar nicht hervortreten konnte. Daß man beim Vorbeiblasen von *CO* keine Stickstoff- und Sauerstoffbanden erhält, sondern „eine ganz andere Bande von viel geringerer Brechbarkeit" vermutlich *CO*-Bande, ist mir begreiflich.

3. Herr Wood erklärt, das von mir gefundene Verschwinden der Emission beim Gegenblasen von Luft und Gas beruhe nicht auf mechanischer Einwirkung, sondern „auf einem eigentümlichen Verhalten der Emission beim Durchgange durch eine in Bewegung befindliche Gasmasse, das er mit Herrn Hemsalech entdeckt habe". (Loc. cit. S. 34.) Ein derartiges Verschwinden hatte Herr Wood in seiner damaligen Publikation überhaupt nicht bemerkt, im Gegenteil stellt er ausdrücklich fest (loc. cit. S. 825 unten): „Wenn man ferner fortgesetzt Luft in die Hilfskammer treibt und mit großer Geschwindigkeit durch die Öffnung in der Aluminiumscheibe hindurchgehen läßt, so wird anscheinend die Emission nicht im geringsten zurückgehalten". — Solange nähere Mitteilungen über diese neue Entdeckung von Herrn Wood nicht gegeben werden und seine früheren Versuche klar gestellt werden, konnte und kann ich auf Grund meiner Versuche, die ich, soweit es mangels genauerer Angaben möglich war, Herrn Wood nachbildete, keinen anderen Schluß ziehen, als daß ich niemals eine Emission, wie sie Herr Wood behauptet hat, in meinen Versuchen gefunden habe.

4. Interessant ist mir Herrn Woods Angabe, daß auch er nicht mehr glaube, daß die angeblichen Wasserdampfbanden, die ich dem Sauerstoff zuschreibe, von Wasserdampf herrühren, da Herr Kayser in Herrn Woods Versuchen eine Stütze seiner Annahme von Wasserdampfbanden zu finden meinte, und dadurch den Grund zu meiner Wiederholung der Versuche von Herrn Wood schuf.

Bezüglich meiner Untersuchung der Quecksilberdampffluoreszenz muß ich zunächst Herrn Woods Darstellung zurückweisen, seine, 4 Monate vor meiner Arbeit erschienene Untersuchung habe mir als Führer dienen können. Ich habe meine Untersuchung ganz unabhängig von Herrn Wood mit ganz anderen Zielen angestellt, unabhängig von ihm einen Teil seiner Resultate gefunden und andere, die ihm entgangen waren. Ich habe dies in der Einleitung meiner Arbeit betont, aber ausdrücklich auf Herrn Woods Priorität in der Auffindung der Fluoreszenzlinie 2536 und den damit zusammenhängenden Absorptionserscheinungen hingewiesen. Übrigens ist schon in einer, 5 Wochen nach Herrn Woods Arbeit, die am 17. Juli publiziert wurde, bei der Redaktion dieser Zeitschrift eingelaufenen Untersuchung von Herrn J. Stark (eingegangen laut Redaktionsnotiz am 29. Aug.) auf meine Beobachtungen über die Quecksilberfluoreszenz hingewiesen (diese Zeitschrift **10**, 623, 1909). Auf Herrn Woods sonstige Ausführungen antworte ich:

1. Wenn ich geschrieben habe, es sei Herrn Wood die von kürzeren Wellen bis ca. λ 2436 reichende Absorptionsbande entgangen, da er sich im wesentlichen auf das Gebiet oberhalb λ 2400 beschränkte, so hatte ich dazu folgende Gründe, nämlich:

a) Herr Wood macht keine einzige Angabe, wie weit nach kürzeren Wellen seine Untersuchung gereicht habe, die äußerste auf seinen

Spektrogrammen bezeichnete und im Text erwähnte Linie ist 2346.

b) Herr Wood hat nach seinen Angaben mit Quarzspektrograph und — da nichts anderes erwähnt — gewöhnlichen Trockenplatten gearbeitet. Bei normaler für das Ultraviolett üblicher Einstellung hat das Licht so starke Quarzschichten, die schon erheblich absorbieren, zu durchsetzen, daß eine nennenswerte Lichtstärke nach kürzeren Wellen unterhalb λ 2400 nicht mehr vorhanden ist. Herr Wood gibt nicht an, daß er die Einstellung zugunsten des kurzwelligen Ultravioletts geändert habe.

2. Herrn Woods Anspruch, er habe die fragliche von kürzesten Wellen bis ca. λ 2436 reichende Absorptionsbande gefunden, ist mir unverständlich.

a) Meine Spektrogramme reichen bis 1850, wie aus der Reproduktion, die die *Al*-Linien 1852 enthält, ersichtlich ist. Herr Wood sagt jetzt, daß seine Photographien bis 2147 gingen, er kann also eine bei 1850 liegende und erst bei höheren Dampfdrucken bei 2200 bemerkbare Absorptionsbande nicht aufgenommen haben. Die einzige Notiz, die ich in seiner Arbeit finde, die sich auf die Absorptionsbande bezieht, besteht in der Vermutung: „die Linie 2536 steht irgendwie in Zusammenhang mit einer Absorptionsbande in der Nähe der Wellenlänge 1860". Über ihr Vorhandensein, ihre Form, Änderung mit dem Dampfdruck liegen keine Mitteilungen vor.

b) Herrn Woods Annahme, die 4 Absorptionslinien 2346, 2339, 2334, 2331, die eine Serie bilden, seien identisch mit dem äußersten Ende obiger Bande, ist mir unwahrscheinlich, weil in diesem Gebiet eine besondere Absorptionslinie liegt, die auch in Fluoreszenz stark hervortritt und Herrn Wood entgangen ist. Ich habe deshalb in meiner damaligen Mitteilung gesagt: das umgekehrte Verhalten wie die Fluoreszenz- bzw. Absorptionslinie 2336 scheint die Linie 2346 zu besitzen, nämlich unsymmetrische Absorption nach kürzeren Wellen vorrückend. Da somit an ein und derselben Stelle des Spektrums eine nicht bisher genauer verfolgte Linie des Quecksilbers in Fluoreszenz und Absorption liegt, ferner Herrn Woods 4 Absorptionslinien, dürfte es schwer sein zu entscheiden, ob diese Linien überhaupt etwas mit obiger Bande zu tun haben und wie hier die spektralen Verhältnisse liegen.

3. Auf Herrn Woods Fragen und Zweifel, warum nicht auch er oder ein anderer Forscher sie gefunden und unter welchen Bedingungen ich gearbeitet habe, antworte ich:

a) Ich habe die betreffende Bande auf verschiedenen Spektrogrammen nach langen vergeblichen Versuchen erhalten und zwar in zwei verschiedenen Quarzgefäßen, wobei ich das als chemisch rein bezeichnete käufliche Quecksilber benutzte. Übrigens macht Herr Wood weder in dieser noch in anderen seiner Arbeiten seinerseits derartig genaue Mitteilungen.

b) Wenn bisher kein anderer Forscher die Bande erhalten hat, so ist dies begreiflich, da meines Wissens niemand in diesem Gebiete bisher die Fluoreszenz untersuchte.

c) Die günstigsten Bedingungen, um diese Bande zu erhalten, sind in meiner Arbeit S. 790 unten angedeutet; zu ausführlicheren Mitteilungen bin ich Interessenten, auch Herrn Wood, schriftlich bereit.

d) Die einfachste Erklärung, warum Herr Wood die Fluoreszenzbande, auch die Absorptionsbande, endlich die Linie 2346, die ich auf zahlreichen Spektrogrammen mühelos erhalten habe, nicht gefunden hat, scheint mir darin zu liegen, daß er mit einem ungeeigneten Quarzspektrographen (bzw. Einstellung) gearbeitet hat und gewöhnliche Trockenplatten benutzte, während ich mit anderer Einstellung und mit selbsthergestellten Schumannplatten arbeitete, welch letzteres ich auch Herrn Wood bei seiner kritischen Vergleichung seiner und meiner Spektrogramme zu berücksichtigen bitte.

Aachen, Physikal. Institut d. Techn. Hochschule, März 1912.

(Eingegangen 30. März 1912.)

Polarisation des Himmelslichtes.

Von Wilhelm Krebs.

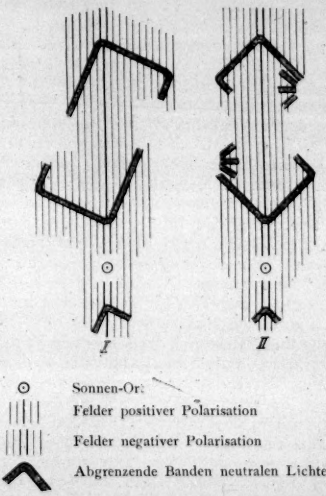
Die Bemerkungen der Herren Jensen und Busch in dieser Zeitschr. **11**, 910, 1910, zu meinen Ausführungen in dieser Zeitschr. **10**, 1025, 1909, kamen erst sehr spät zu meiner Kenntnis. Diese gaben im wesentlichen meine Diskussionsbemerkung zu einem Vortrage des Herrn Jensen auf der Hamburger Versammlung 1909 der V. A. P. wieder, die der, ebenfalls die Berücksichtigung des Himmels außerhalb des Vertikals der Sonne vermissenden Bemerkung eines anderen Teilnehmers folgten. Ein Mißverständnis der damaligen Meinung des Herrn Jensen, die in dem Vortrage auch als die des Herrn Busch angeführt worden war, ist unter diesen Umständen wohl ausgeschlossen.

Die damals, im September 1909, schon sehr wünschenswerte sachliche Mitteilung abweichender Beobachtungen von den meinen, die in Großflottbek, nur 7 Kilometer entfernt vom Physikalischen Staats-Laboratorium Hamburgs, der Wirkungsstätte des Herrn Jensen, ge-

wonnen waren, ist in den seitdem verstrichenen $2^1/_2$ Jahren nicht eingetreten. Ich bezweifle unter diesen Umständen, daß solche Beobachtungen des Hamburger Himmels in hinreichender Menge vorliegen, zum Vergleich mit meinen 40 Beobachtungen des Arago-, 38 des Babinetpunktes vom 1. Juni bis 14. August 1909. Eine vollständige Abschrift dieses Materials hatte ich Herrn Jensen auf seinen Wunsch am Schlusse jener Sitzung überreicht. Trifft dieses Nichtvorhandensein zu, dann ist es der beste Beweis für die Richtigkeit der in jener Diskussionsbemerkung von mir ausgesprochenen Warnung vor der Unterlassung nicht ganz günstiger Beobachtungen.

Der in meiner Mitteilung (diese Zeitschr. **10**, 1025, 1909) als möglich hingestellte Zusammenhang der von mir im Juli und zu Anfang August 1909 gefundenen Einengung des zenithalen Feldes positiver Polarisation mit vulkanischen Ereignissen vom 22. Juni 1909 an, ist durch die von Herrn Jensen geäußerten Zweifel keineswegs erschüttert. Diese Zweifel beziehen sich nur auf die Ereignisse von Tenerife, nicht auf die im westlichen Südseegebiet, obgleich in dem zu diesen zitierten Beitrage, der überdies auf S. 1024, also der vorhergehenden Seite desselben Heftes dieser Zeitschrift, zum Abdruck gelangt war, noch vor der Korrektur eine bestätigende Meldung aus dem Bismarckarchipel eingefügt werden konnte. Die kanarische Katastrophe des gleichen Tages war möglicherweise ein Erdbeben, doch sind solche in geeigneten, besonders in vulkanischen Gebieten nicht selten mit sekundären Gasausbrüchen verbunden. Tatsächlich aber „liegen vom 22. Juni 1909 Nachrichten vor über einen vulkanischen Ausbruch auf Tenerife". Zeitgenössische Zeitungen brachten sogar Einzelheiten von einer Kraterbildung bei Icod. Sie brachten sie nach der Pariser Zeitung Petite République, die durchaus keinen Anlaß hatte, solche, in vulkanischen Gegenden mit Fremdenverkehr übliche Reklame gerade für Tenerife zu machen. Auch ist für optische Nacherscheinungen ein Aschenausbruch nicht notwendig vorauszusetzen. Hoch emporgeschleuderte Gas- und Flüssigkeitsteilchen, vor allem Wasserdampf und Wasserstaub, leisten, in den hohen, eisigen Atmosphärenschichten zu Kleinkristallen oder kristallinischen Körnchen erstarrt, optisch mindestens dieselben Dienste wie feste Staubteilchen.

Die im Gegensatz zu den Herren Jensen und Busch behaupteten neutralen, streifenlosen, das zenithale Feld positiver Polarisation abgrenzenden Banden sind Tatsachen der Beobachtung (Fig. I). Natürlich reicht diese Beobachtung nur so weit, als die nicht allzusehr vom Vertikal der Sonne abweichende Orientierung des Polariskops gestattet. Daher die Unterbrechung der längeren Rechteckseiten. Doch tritt dieses, im übrigen überzeugend einfache Bild nur in einer der beiden möglichen Stellungen meines Polariskops Savart dem Beobachter entgegen. Dreht man dieses um seine optische Achse um 180°, dann erhält man die Anordnung in Fig. II. Ich



Die neutralen Banden, die das Feld positiver Polarisation gegen das negativer abgrenzen. Nach Beobachtungen im Polariskop Savart.

halte für möglich, daß dieser beirrende Wechsel, der in der Anordnung der neutralen Banden in Fig. II an die doppelte „Lemniskate" nach Busch erinnert, jene Tatsache der Abgrenzung bisher verhüllt hat. Denn nach meinen Beobachtungen ist diese Abgrenzung (Fig. I), wie erwähnt, eine Tatsache, der natürlich aus theoretischen Anschauungen geschöpfte Bedenken nicht standhalten.

Alles liegt zur vollkommeneren Aufklärung der schwierigen Theorie atmosphärischer Polarisation und ebenso zu einer Auswertung dieser Polarisation für das Studium der Atmosphäre, besonders das meteorologische Studium, an einer Erweiterung der Beobachtungsmöglichkeiten.

(Eingegangen 10. April 1912.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Bericht über die Versammlung der internationalen Radiumstandardkommission in Paris vom 25. bis 28. März 1912.

Von

O. Hahn, St. Meyer und E. v. Schweidler.

In den Tagen vom 25. bis 28. März 1912 war die internationale Radiumstandardkommission (gewählt September 1910 auf dem Kongreß in Brüssel) in Paris versammelt. Von den 10 Mitgliedern waren 7 erschienen (Mme. Curie, A. Debierne, O. Hahn, St. Meyer, E. Rutherford, E. v. Schweidler, F. Soddy)[1]). Die Zusammenkünfte fanden im Institut von M. Curie und in deren Wohnung, sowie im Laboratorium von Prof. Lippmann statt, in welchem dieser in entgegenkommender Weise einen „nichtradioaktiven" Raum zu Meßzwecken zur Verfügung gestellt hatte.

Entsprechend den im September 1910 gefaßten Beschlüssen hatte Frau Curie im August 1911 ein Radiumstandardpräparat aus reinstem wasserfreien Chlorid hergestellt. Es enthält 21,99 mg $RaCl_2$, eingeschmolzen in einem Glasröhrchen von der Wandstärke 0,27 mm, von 1,45 mm Weite und der Länge von 32 mm.

Gleichzeitig waren im Institut für Radiumforschung der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien durch O. Hoenigschmid 3 Standardpräparate hergestellt worden, die in zugeschmolzenen Glasröhrchen von der Wandstärke 0,27 mm, der Weite von 3,2 mm und Längen von ca. 30 mm, 10,11. bzw. 31,17 und 40,43 mg reinstes wasserfreies $RaCl_2$ enthalten[2]).

Alle diese Präparate stammten aus St. Joachimsthaler Pechblende, und waren daher praktisch frei von Mesothorium[3]). Das Radioblei war in allen Fällen zuletzt im Juni und Juli 1911 entfernt worden.

Da eine große Zahl von für die Erkenntnis der Konstitution der Materie wichtigen Grundzahlen, die Beziehungen auf vollkommen genau definierte Standardpräparate zur Voraussetzung hat, hatte die Kommission beschlossen, ehe an die Herstellung sekundärer Standardpräparate geschritten werden sollte, das Pariser und die Wiener Präparate offiziell zu vergleichen.

Diese Vergleichungen wurden nach zwei verschiedenen γ-Strahlenmethoden durchgeführt und zwar nach einer Kompensationsmethode E. Rutherfords[1]) und mittels eines sehr großen Plattenkondensators nach Angaben M. Curies.

Die Übereinstimmung aller der genannten voneinander unabhängigen Standardpräparate war im Rahmen der Meßgenauigkeit von ca. 2 Promille eine vollständige. Die Basis für die Weiterarbeit kann demnach jetzt als durchaus gesichert gelten, und es wird der nicht nur in wissenschaftlicher, sondern auch in kommerzieller Hinsicht sehr störenden Unsicherheit bezüglich des Radiumgehaltes von Präparaten ein Ende gemacht werden können[2]).

Die wichtigsten von der Kommission am 28. März 1912 gefaßten Beschlüsse sind die folgenden:

1. Das von M. Curie im August 1911 hergestellte Präparat von 21,99 mg $RaCl_2$ wird zum offiziellen internationalen Radiumstandard erklärt. Es soll in Paris (Sèvres) im Internationalen Bureau des poids et mésures aufbewahrt werden.

2. Die Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien ist zu ersuchen, daß eines der Wiener Standardpräparate, die in Paris von der Kommission untersucht und von gleicher Reinheit befunden wurden, wie das Pariser (und zwar dasjenige von 31,17 mg $RaCl_2$) als Ersatz-Standard in Wien aufbewahrt werde.

3. Das internationale Standardpräparat soll nur zu Vergleichszwecken — Standardisierungen sekundärer Standards — dienen und nur den Kommissionsmitgliedern unter geregelten Bedingungen zugänglich sein.

4. Gleiche Bedingungen sind für das Wiener Standardpräparat erwünscht.

5. Sekundäre Standards, die mit dem primären offiziell verglichen werden sollen, werden den verschiedenen Regierungen auf Wunsch vermittelt werden. Die Bedingungen hierfür wurden in der Kommission festgelegt[3]).

Die Kommission hat Fürsorge getroffen, daß die Bestimmungen an zwei Orten unabhängig voneinander vorgenommen werden können und garantiert dann den Angaben eine Genauigkeit von mindestens 0,5 Proz.

1) Entschuldigt waren: B. Boltwood, A. S. Eve, H. Geitel.

2) Vgl. Mitt. des Inst. für Radiumforschung **VIII**, Wiener Sitzungsber. 1911.

3) Vgl. Mitt. des Inst. für Radiumforschung **XVII**, Wiener Sitzungsber. 1912.

1) Proc. phys. Soc., März 1912.

2) Die Kommission hatte auch Gelegenheit, das Standardpräparat Sir W. Ramsays, das er freundlichst zu diesem Anlasse zur Verfügung gestellt hatte, zu vergleichen. Doch ist seine Art der Einschließung von derjenigen der anderen einigermaßen verschieden und enthält es eine zu kleine Menge von Radium, als daß eine unmittelbare absolut genaue Relation in der kurzen Zeit der Versammlung möglich gewesen wäre.

3) Auskunft hierüber zu erteilen, ist der Sekretär der Kommission, Prof. St. Meyer, Wien, bereit.

Die Notwendigkeit, den Betrag zum Ankauf der Radiummenge aufzubringen, um Frau Curie das im „internationalen Radiumstandard" enthaltene Material zu ersetzen, bot für die Kommission naturgemäß einige Schwierigkeiten, da sie als solche kein Vermögen besitzt.

Es ist daher sehr erfreulich, mitteilen zu können, daß, sobald dieses Bedürfnis bekannt wurde, Herr und Frau Dr. G. T. Beilby sich in hochherziger Weise bereit erklärt haben, als Zeichen ihrer persönlichen Wertschätzung für Frau Curie und ihre Arbeit, die nötige Summe zur Verfügung zu stellen.

(Eingegangen 9. April 1912.)

BESPRECHUNGEN.

H. Minkowski, Gesammelte Abhandlungen. Unter Mitwirkung von H. Speiser u. H. Weyl herausgegeben v. D. Hilbert. gr. 8.

I. Band: XXI u. 371 S. mit einem Bildnis H. Minkowskis und 6 Figuren. M. 14.—

II. Band: IV u. 465 S. mit einem Bildnis H. Minkowskis, 34 Figuren und 1 Doppeltafel. M. 16.—

Leipzig, B. G. Teubner. 1911.

Die Lebensarbeit Minkowskis ist hier in zwei stattlichen Bänden vereinigt. Es ist speziell die zweite Hälfte des zweiten Bandes, welche die physikalischen Arbeiten enthält, besonders die grundlegenden Untersuchungen über das Relativitätsprinzip. Doch hieße es die Bedeutung Minkowskis als Denker und Forscher verkennen, wenn man nur diese physikalischen Arbeiten, die den Abschluß des Werkes bilden, besprechen wollte. Darum sei es mir gestattet, die Leser dieser Zeitschrift mit wenigen Worten darauf hinzuweisen, welche Leistungen den Ruhm Minkowskis als Mathematiker ersten Ranges begründet haben, lange bevor er der physikalischen Welt durch seine elektrodynamischen Arbeiten bekannt wurde; eine adäquate Würdigung seiner großen und gewinnenden Persönlichkeit und einen vollständigen Bericht über sein wissenschaftliches Werk findet man in der Gedächtnisrede Hilberts, welche den Gesammelten Abhandlungen vorangestellt ist.

Die mathematische Bedeutung Minkowskis beruht wesentlich auf seinen Arbeiten über die Theorie der ganzen Zahlen. Bereits als siebzehnjähriger Student löste er eine Preisaufgabe der Pariser Akademie über die Zerlegung der ganzen Zahlen in eine Summe von 5 Quadraten. Diese Arbeit, die weit über die gestellte Preisaufgabe hinaus eine allgemeine Theorie der quadratischen Formen enthält, eröffnet die Reihe der arithmetischen Abhandlungen. Zu dem eigentlichen Arbeitsgebiet Minkowskis, das er sich selbst geschaffen und auf dem er die schönsten Resultate erhalten hat, gelangt man mit dem Abschnitt, der „Zur Geometrie der Zahlen" überschrieben ist und bis in den zweiten Band reicht. Minkowskis Gedanke war es, die Eigenschaften der ganzen Zahlen, ihre Teilbarkeit, Darstellbarkeit durch Formen usw., auf geometrisch anschauliche Eigenschaften des ganzzahligen Punktgitters im Raume zurückzuführen. Ein geometrischer Begriff, der sich dabei von großem Nutzen erwies, war der des konvexen Körpers; ihm sind mehrere der rein geometrischen Abhandlungen gewidmet, die im zweiten Bande gesammelt sind. Die Arbeit über die dichteste Lagerung kongruenter Körper wird vielleicht auch bei Physikern oder Technikern Interesse finden, da neuerdings die Schichtung von Sand in Filtern von diesem Gesichtspunkte betrachtet worden ist. Die Arbeiten über Länge, Oberfläche und Volumen wenden sich nur an den reinen Mathematiker.

Der Physik hat sich Minkowski schon früh zugewandt, besonders unter dem Einfluß von Heinrich Hertz. Die erste der Arbeiten, die unter dem Titel „Zur Physik" hier abgedruckt sind, betrifft ein mechanisches Problem, die Bewegung eines festen Körpers in einer Flüssigkeit. Minkowski führt die Aufgabe, die sechs Freiheitsgrade eines kräftefrei bewegten starren Körpers in einer Flüssigkeit als Funktionen der Zeit zu bestimmen, durch Einführung geeigneter Koordinaten auf ein Minimalproblem zurück, das nur zwei unbekannte Funktionen der Zeit enthält. Es folgt dann der Artikel Kapillarität aus der Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften (5, 1, Heft 4, S. 558—613). An Kürze und Klarheit schwerlich zu übertreffen, gibt er einen vollständigen Überblick über alle theoretischen Gesichtspunkte dieses Kapitels der Mechanik. Die mathematischen Grundlagen sind in strenger und neuer Form entwickelt, und es ist zu erwarten, daß durch diese Darstellung das Interesse der Physiker und Mathematiker sich wieder diesem eleganten und noch keineswegs ganz durchforschten Gebiete reichlicher zuwenden werde.

Die Untersuchungen Minkowskis über das Relativitätsprinzip schließen sich an die Lorentzschen Forschungen an und sind wohl großenteils unabhängig von den Arbeiten Einsteins entstanden, mit denen sie sich auf dem Wege begegnet haben. Während Einstein zuerst die neue Auffassung des Zeitbegriffs formulierte und die einfachsten Konsequenzen zog, hat Minkowski die Gleichberechtigung von Raum und Zeit, die er als „Welt" zu einer Einheit verschmolz, zum Ausgangspunkt genommen, um zu einer einheitlichen und vollständigen Beschreibung der elektrodynamischen und mechanischen Vorgänge zu gelangen. Von diesem Programm war es ihm nur vergönnt, einen kleinen Teil auszuführen. Es liegt von seiner Hand vor nur eine umfangreiche Arbeit, in der er die jetzt allgemein anerkannten Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern durch Anwendung des Relativitätsprinzips aufstellte und in einem Anhange die Mechanik der neuen Theorie einordnete, und ein Vortrag, in dem er den in Köln versammelten Naturforschern seine Gedanken über Raum und Zeit in mehr populärer Form darlegte. Kurz vor seinem Tode beschäftigte ihn die Frage, wie die Grundgleichungen für bewegte Körper aus den Vorstellungen der Elektronentheorie im Einklange mit dem Relativitätsprinzip abgeleitet werden könnten. Der Tod verhinderte ihn an der Ausarbeitung dieses Problems; die vom Referenten nach mündlichen Mitteilungen und nachgelassenen Papieren rekonstruierte Arbeit ist in den Gesammelten Abhandlungen mit abgedruckt. Der zweite Band schließt mit einer Gedächtnisrede auf Lejeune Dirichlet, die Minkowski in

der Festsitzung der Göttinger Mathematischen Gesellschaft am 13. Februar 1905 gehalten hat und die auch demjenigen einen Begriff von der Bedeutung dieses Mathematikers geben kann, der seinen Forschungen fernsteht.

Die Ausstattung der beiden Bände, denen zwei Bilder Minkowskis aus verschiedenen Lebensaltern beigegeben sind, ist ihres Inhalts würdig und zeugt von der mühevollen Sorgfalt der Herausgeber.

M. Born.

E. Warburg, Lehrbuch der Experimentalphysik für Studierende. 12. u. 13. verbesserte und vermehrte Auflage. gr. 8. XXII u. 459 S. mit 437 Original-Abbildungen im Text. Tübingen, J. C. B. Mohr (Paul Siebeck). 1912. M. 7.—, geb. M. 8.20

In die vorliegende Doppelauflage (12. und 13.) wurden neu aufgenommen die Besprechung des Lummer-Brodhunschen Photometerwürfels, die Theorie der Zirkularpolarisation von Fresnel, die Behandlung der elektrischen Kraftlinien, des Platinwiderstandsthermometers, der Hitzdrahtinstrumente, der elektrokalorimetrischen Methoden, ferner Abschnitte über den Thomsonschen Schwingungskreis, über erzwungene Schwingungen und Resonanzinduktoren, über Quecksilbergleichrichter und endlich die Theorie des Zeeman-Effektes.

Die Knappheit und Exaktheit des Ausdrucks dieses äußerst wertvollen Lehrbuchs ist bekannt und geradezu vorbildlich Studierenden und Fachgenossen.

Valentiner.

E. von Lommel, Lehrbuch der Experimentalphysik. Siebzehnte bis neunzehnte neubearbeitete Auflage herausgegeben von Prof. Dr. Walter König. gr. 8. X und 644 S. mit 441 Figuren im Text und einer Spektraltafel. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1911. M. 6.60, gebunden M. 7.50

Die neue, im Dezember 1910 fertiggestellte Auflage (17.—19.) der Lommel-Königschen Lehrbuchs der Experimentalphysik ist in mancher Beziehung gegen die vorhergehende erweitert worden. In die Darstellung wurden neu aufgenommen: Die Gesetze des Luftwiderstandes, die Brownsche Molekularbewegung, das Kapillarelektrometer, Saitengalvanometer und Oszillograph, der Halleffekt, der Thomson-Effekt, die Reststrahlen, Bemerkungen über die Spektralserien, über die Elektronentheorie; neu bearbeitet wurden unter anderem die Abschnitte über die lichtelektrischen Wirkungen und über die Telegraphie ohne Draht.

In Anbetracht der Behaglichkeit der Darstellungsweise — welche einen bekannten Vorzug des Lommel-Königschen Werkes bildet — hat das Buch noch immer trotz der bisherigen Reichhaltigkeit und der jetzigen Erweiterung einen angenehm geringen Umfang. Es enthält in ausgezeichneter Übersichtlichkeit alle wichtigen Erfahrungstatsachen bis in die neuste Zeit. Für diejenigen, die frühere Auflagen dieses beliebten Lehrbuchs noch nicht kennen, sei hervorgehoben, daß das Buch auf Schritt und Tritt an die alltäglichen Erfahrungen anknüpft und daher vielen Kreisen bestens empfohlen werden kann.

Valentiner.

G. Helm, Die Grundlehren der höheren Mathematik. Zum Gebrauch bei Anwendungen und Wiederholungen. gr. 8. XV u. 419 S. mit 387 Figuren. Leipzig, Akademische Verlagsges. 1910. M. 13,40, geb. M. 14,20

Dieses Buch ist aus Vorlesungen hervorgegangen, die der Verfasser an der Dresdener Technischen Hochschule über analytische Geometrie und über Differential- und Integralrechnung gehalten hat, und es wendet sich demgemäß vor allem an Studierende technischer Wissenschaften. Das geht nicht nur aus der Anordnung des Stoffes hervor, bei der die Einrichtung des mathematischen Studiengangs an den technischen Hochschulen berücksichtigt ist, sondern mehr noch aus der Art der Darstellung und der Auswahl der Beispiele. Der erste Teil des Buches, etwa bis zu dem 12. Abschnitt über mehrfache Integrale, enthält all das, was zu dem unentbehrlichsten mathematischen Rüstzeug derjenigen Architekten, Fabrikingenieure und Chemiker gehört, die ein mathematisches Studium von nur einem oder zwei Semestern zu absolvieren haben. Die folgenden Kapitel ergänzen das Buch zu einem Lehrgange von vier Semestern durch ausführlichere Behandlung vor allem der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes, einem kurzen Abriß über Differentialgleichungen und einer Übersicht über die systematischen Methoden der unbestimmten Integration und der wichtigsten bestimmten Integrale. Überhaupt ist das Buch, wie der Verfasser unter dem Titel angibt, „zum Gebrauch bei Anwendungen und Wiederholungen zusammengestellt". Zum Selbststudium ist es wohl durchweg zu knapp geschrieben; dadurch ist aber wiederum eine Durchsichtigkeit und Übersichtlichkeit erreicht, durch die es zum Gebrauch neben einer Vorlesung sehr geeignet erscheint.

Was die viel diskutierte Frage nach der mathematischen Strenge angeht, so scheint mir der vom Verfasser eingeschlagene Weg äußerst glücklich gewählt zu sein. Der Leser wird niemals durch Betrachtungen über „pathologische Fälle" ermüdet, die nur für den reinen Mathematiker Interesse haben, der seinen Sätzen möglichste Allgemeinheit sichern will: andererseits werden aber auch Schwierigkeiten nicht umgangen oder versteckt. Um ein Beispiel zu nennen, so wird an einem einfachen Falle gezeigt, daß eine Funktion an einer Stelle, wo sie stetig ist, nicht auch differenzierbar zu sein braucht. Existenzsätze werden natürlich nicht allgemein bewiesen, sondern durch die Betrachtung der für die Praxis wichtigen Beispiele ersetzt. Erfreulich ist auch, daß der Begriff des Differentials, der dem Anfänger oft Schwierigkeiten bereitet, zunächst ganz vermieden und erst benutzt wird, wenn dem Schüler die Begriffe des Grenzwerts, der Ableitung usw. ganz geläufig geworden sind. Aus dem behandelten Stoffe ist noch die Einführung der Vektorrechnung hervorzuheben, die ja für mechanisch-technische Anwendungen fast unentbehrlich geworden ist.

Das Helmsche Buch wird nicht nur für Hörer der technischen Schulen von Nutzen sein, sondern auch für alle die Universitätsstudenten, die die Mathematik nur als Hilfswissenschaft betreiben, und denen bisher fast allein das bekannte Buch von Nernst und Schönfließ zur Verfügung stand.

M. Born.

W. A. Roth und F. Eisenlohr, Refraktometrisches Hilfsbuch. 8. VIII u. 146 S. mit 27 Figuren, 17 Tabellen sowie Logarithmen. Leipzig, Veit & Co. 1911. M. 6.—

Das Buch soll dem organischen Chemiker zeigen,

wie er beim spektrochemischen Arbeiten im sichtbaren Gebiet die erforderlichen Apparate handhaben soll, und wie er die gewonnenen Zahlenwerte rechnerisch verwerten kann. Da die spektrochemische Methode zur Konstitutionsbestimmung von organischen Stoffen sehr geeignet ist, so kommt ein derartiges Buch einem Bedürfnis entgegen und wird, nachdem die auf spektrochemischem Gebiete herrschenden Gesetzmäßigkeiten von Forschern wie Brühl, Auwers und Eisenlohr in umfassender Weise klargelegt worden sind, vielfache Verwendung finden. Nach einer kurzen theoretischen Erörterung der Refraktion, der Dispersion sowie des Prinzips der Refraktometrie werden die einzelnen Instrumente der Reihe nach besprochen, und zwar das kleine Refraktometer nach Pulfrich von M. Wolz in Bonn, die Neukonstruktion des Pulfrichschen Apparates von Zeiß-Jena, das Refraktometer der Firma H. Heele-Berlin, weiter ein solches der Londoner Firma Adam Hilger Ltd. und einige andere. Die Demonstration der Apparate wird durch gute Abbildungen und schematische Zeichnungen des Strahlenganges sehr gefördert. Da das Buch aus reicher Erfahrung entstanden ist, wird alles zur Handhabung der Instrumente praktisch Nötige, wie Justieren der Apparate, Eichungen, Heizvorrichtungen und Temperatureinfluß, Lichtquellen, Aufkitten der Tröge usf. in gediegener Weise vorgebracht. Durch vollständig ausgerechnete Zahlenbeispiele wird die vielfach sehr im argen liegende sachgemäße rechnerische Verwendung des experimentell gefundenen Materials sehr erleichtert. Da bei Bildung der Molekularrefraktion und der Molekulardispersion bekanntlich genaue Bestimmungen der Flüssigkeitsdichten nötig sind, werden auch die hierzu erforderlichen Methoden in ausführlicher Weise besprochen. Die Verwertung der Refraktions- und Dispersionsdaten zur Ermittelung der Konstitution in den einzelnen bis jetzt bekannten Fällen ist der Gegenstand der das Buch abschließenden Erörterungen. Einen sehr wertvollen Teil des Buches bilden die zahlreichen Tabellen zur Berechnung der Brechungsexponenten aus den abgelesenen Winkeln sowie weiter die Tabellen für $\log \frac{n^2-1}{n^2+2}$, für $n = 1{,}3000$ bis $1{,}7199$ und endlich die fünfziffrigen Mantissen zu den dedakischen Logarithmen. Das Buch ist, wie dies nach den „Physikalisch-chemischen Übungen" der einen der Autoren W. A. Roth, zu erwarten war, mustergültig klar und exakt geschrieben und wird gewiß den ihm gebührenden praktischen Erfolg haben. Karl Jellinek.

F. W. Lanchester, Aerodynamik. Ein Gesamtwerk über das Fliegen. Aus dem Englischen übersetzt v. C. u. A. Runge. II. Band. Aerodonetik. Mit Anhängen über die Theorie und Anwendung des Gyroskops, über den Flug der Geschosse usw. gr. 8. XIV u. 327 S. mit 208 Figuren im Text und einem Titelbild. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. Gebunden M. 12.

Bei der Besprechung des ersten Bandes der deutschen Übersetzung von Lanchesters Aerodynamik (diese Zeitschrift 11, 255, 1910) war schon Gelegenheit genommen worden, die Vorzüge und den besonderen Charakter dieses eigenartigen Werkes hervorzuheben. In noch höherem Maße tritt die individuelle Behandlung des Gegenstandes in dem vorliegenden zweiten Bande „Aerodonetik" hervor, der sich hauptsächlich mit den Stabilitätsfragen beschäftigt. Zur Charakterisierung des Werkes sei eine kurze Inhaltsangabe gemacht. Anfang und Ende des Buches enthalten Mitteilungen über Versuche des Verfassers mit verschiedenen Flugzeugmodellen nebst Anleitung zur Selbstherstellung ähnlicher Modelle, wozu allerdings eine sehr erhebliche Geschicklichkeit erforderlich sein dürfte. Schon die ersten der mitgeteilten Versuche lassen deutlich wellenförmige Flugbahnen erkennen, „Phygoiden" nach des Verfassers Bezeichnung, deren Theorie die Grundlage seiner ganzen Stabilitätsrechnung bildet. Der im zweiten Kapitel gegebenen Ableitung der Gleichung der Flugbahn, die übrigens schon von Finsterwalder in der Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften angegeben ist, folgt ein ganzes Kapitel über Diskussion und Aufzeichnung der Flugbahnkurve. (Bemerkenswert hierbei wieder die praktischen Winke und Zeichnungsbehelfe.) In einem weiteren Kapitel werden die ersten elementaren Folgerungen aus der „Phygoidentheorie" für die Längsstabilität von Flugzeugen gezogen; danach sollen gewisse gefährliche Bereiche, Abarten der Flugbahnkurve, unter allen Umständen vermieden werden. Es ergibt sich dabei Gelegenheit, den Einfluß von Windstößen auf die Flugbahn und damit auf die Stabilität zu erörtern; andererseits sind aber eine ganze Reihe wichtiger Umstände einstweilen noch unberücksichtigt gelassen worden. Mit der eingehenden Behandlung der beiden wichtigsten von diesen, Trägheitsmoment des Flugzeuges und Luftwiderstand (Dämpfung), beschäftigt sich das fünfte Kapitel, wohl das wichtigste des Buches. Die Mittel, welche Lanchester anwendet, um den Einfluß dieser Größen auf die Flugbahn und die Stabilität festzustellen und rechnerisch zu verwerten, sind ihrer besonderen Originalität wegen bemerkenswert. Es mag bei dieser Gelegenheit ausgesprochen werden, daß die Lanchesterschen Methoden zur Veranschaulichung mechanischer Überlegungen und zur Überwindung mathematischer Schwierigkeiten durchaus nicht immer leicht zu verstehen sind. Auch im ersten Band (Aerodynamik) sind manche Ableitungen in der üblichen mathematischen Deduktion nach Ansicht des Referenten leichter verständlich, als sie durch Lanchester „plausibel" gemacht werden können. Hat man sich aber in seine Gedankengänge hineingefunden, so gewährt die Sicherheit, mit der ihn oft recht verschlungene Wege der Beweisführung zum Ziele führen, dem Leser einen eigenartigen Reiz. — Hier nun gelangt Lanchester schließlich zu einer Endgleichung als Stabilitätskriterium, die ihres Interesses wegen in etwas geänderter Form wiedergegeben werden möge. Für longitudinale Stabilität eines Flugzeuges (Geschwindigkeit v, Gewicht G, Beschleunigung der Schwere g) muß sein

$$\Phi = \frac{v^4 l \operatorname{tg}\gamma}{g^2 \mathcal{J}\left(\frac{1}{G} + \frac{1}{\xi \varepsilon A_s}\right)} > 1,$$

worin l den Abstand der Druckmittelpunkte von Tragfläche und Schwanzfläche, A_s den Auftrieb der letzteren sowie ε und ξ Konstante (für die Schwanzstellung) bedeuten, während $\mathcal{J}$ das Trägheitsmoment des Flugzeuges um eine Querachse durch den Schwerpunkt und γ den natürlichen Gleitwinkel der Tragdecken darstellt. Diese Gleichung, welche sich mit wachsender Geschwindigkeit v immer leichter erfüllen läßt, wird allerdings durch neuere theoretische Untersuchungen[1]) nicht ganz bestätigt.

1) Deimler, Stabilitätsuntersuchungen über symmetrische Gleitflieger. Dissertation, Göttingen 1910.

Immerhin gibt sie in wesentlichen Punkten die Bedingungen longitudinaler Stabilität richtig wieder, insbesondere auch den schädlichen Einfluß eines zu großen Trägheitsmomentes. Dagegen ist verschiedenen anderen Einflüssen noch nicht genügend darin Rechnung getragen (so zum Beispiel der Tragwirkung der Schwanzfläche, der Verschiebung der Druckmittelpunkte von Tragflächen und Schwanzfläche), worin manche Abweichungen begründet sein mögen. Auch ist die Festlegung der einzelnen Größen (z. B. der Koeffizienten ζ, ε) für einen bestimmten Fall nicht immer einwandfrei möglich, und darin liegt wohl eine der Hauptschwierigkeiten für ihre Anwendung. Lanchester hat jedoch (Kapitel 6) an einer ganzen Reihe eigens hierzu gebauter Modelle die Richtigkeit seiner Formel einigermaßen bestätigt gefunden; ja er wendet sie sogar auf die Stabilität von Vögeln sowie auf einen der Lilienthalschen Originalflugapparate an. Letzteren weist er großen Mangel an Stabilität nach und erblickt in diesem Umstand eine der Ursachen für den tödlichen Unfall des Forschers.

Kapitel 7 behandelt die seitliche und „Richtungsstabilität", als welche das stabile Einhalten des Kurses zu verstehen ist. Auch hier wird eine Gleichung aufgestellt, bei der unter Annahme von Kielflossen die Stabilität an eine gewisse Höchstgrenze für die Maße des Flugzeuges gebunden ist. Durch ein Zusammenwirken von seitlichen Neigungen und Kursänderungen kann endlich eine kombinierte Art unstabilen Verhaltens entstehen, ein schraubenförmiges Zur-Erde-gleiten des Modells; um diese vom Verfasser als „Rotationsinstabilität" bezeichnete Erscheinung nicht eintreten zu lassen, muß ebenfalls eine Bedingungsgleichung bestehen.

In einem weiteren Kapitel (8) wird ein Rückblick über die gesamte Stabilitätstheorie gegeben, auch in anerkennenswerter Weise Selbstkritik daran geübt und auf die noch bleibenden Mängel (unberücksichtigten Umstände usw.) hingewiesen. Eine wichtige Ergänzung erfahren die Formeln noch durch die Hinzunahme der Propulsionskraft (auch hier wieder findet man eine „echt Lanchestersche Methode" zur graphischen Ermittelung des Resultates). Von besonderem Interesse ist auch eine Betrachtung über die Möglichkeit von Modellversuchen zu Stabilitätsuntersuchungen, deren Berechtigung unter Berufung auf das Froudesche Gesetz der entsprechenden Geschwindigkeiten an Hand der Stabilitätsgleichung erwiesen wird. Lanchester hat dabei von der Zähigkeit der Luft abgesehen und darum von dem Reynoldschen Widerstandsgesetze (Reynoldsche Parameter) keinen Gebrauch gemacht im Gegensatz zu seinen Betrachtungen im I. Band. Allerdings weist er auch darauf hin, daß manche Schwierigkeiten durch die Vernachlässigung der Reibung entstehen können, denen man durch Korrektionen oder durch Vergleichsversuche in einer anderen Flüssigkeit unter Benutzung des Reynoldschen Gesetzes beikommen könne. Das 9. Kapitel ist dem Segelflug gewidmet, dem der Verfasser offenbar für die Zukunft eine große Wichtigkeit zuschreibt. Auf Grund eingehender Beobachtungen an Vögeln kommt Lanchester zu der Folgerung: Der Segelflug ist möglich bei aufsteigender Luftströmung und bei ungleichmäßigem Winde. Insbesondere die letztere Möglichkeit (dynamischer Segelflug) wird dann eingehend und unter Heranziehung der „Phygoidentheorie" behandelt. Das letzte Kapitel (experimentelle Aerodonetik) wurde schon oben erwähnt. Im Anhang folgen dann noch kleinere historische und sonst interessante Notizen, von denen eine die Lösung einer Gleichung 3. Grades mit Hilfe des Rechenschiebers betrifft, eine andere die graphisch-experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Körpers (durch doppelte Aufhängung) beschreibt, zwei Beiträge, die von der Originalität Lanchesters weiteres Zeugnis geben. Eine ganze Reihe kleiner Abhandlungen sind dann noch dem Gyroskop mit zahlreichen Anwendungen (Geschoß, Bumerang, Schlickscher Schiffskreisel usw.) gewidmet, worauf jedoch hier nicht näher eingegangen werden soll.

Das erfrischend geschriebene Werk ist uns wieder durch die vorzügliche Übersetzung von C. und A. Runge nahe gebracht worden. Mehr noch als im I. Band haben die Übersetzer es verstanden, bei aller Wahrung der Eigenart Lanchesters ein deutsches Werk zu schaffen, das seinen Platz in der Bücherei eines jeden finden wird, der sich ernsthaft mit der Flugtechnik befassen will.

A. Pröll.

J. Perrin, Die Brownsche Bewegung und die wahre Existenz der Moleküle. (Kolloidchemische Beihefte I/6 u. 7.) Sonderausgabe. gr. 8. 84 S. mit 7 Abbildungen. Dresden, Th. Steinkopff. 1910. M. 2.50

Eine von Dr. J. Donau besorgte Übersetzung der in den Annales de Chimie et de Physique (8) **18**, 5—114. 1909 erschienenen Abhandlung über die Brownsche Bewegung. Bei der Bedeutung der Perrinschen Untersuchung und dem großen Interesse, welches ihr auch in weiteren Kreisen entgegengebracht wird, ist das Erscheinen der deutschen Übersetzung mit Freuden zu begrüßen.

R. Zsigmondy.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: John William Cobb zum Professor für das Gebiet der Brennstoffe an der Universität Leeds (als Nachfolger von William A. Bone), Dr. Gilbert N. Lewis zum Professor der physikalischen Chemie an der Universität von California, den Professor an der New York University Arthur B. Lamb zum Assistant Professor der Chemie an der Harvard University.

In den Ruhestand: Der Professor der Astronomie an der Harvard-Universität Dr. Artur Searle.

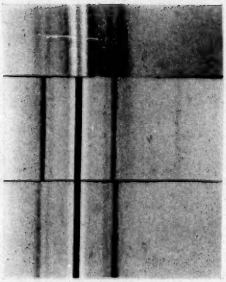
Gestorben: Professor Dr. J. Amsler-Laffon, zuletzt in Schaffhausen (Erfinder des nach ihn benannten Polarplanimeters und anderer Präzisionsinstrumente), der ord. Professor der Mathematik an der Universität St. Petersburg Dr. Ivan Lvovič Ptašickii, der Direktor des wissenschaftlichen Amts der U.S.A.-Regierung zu Manila und Professor der Chemie an der University of the Philippines (Herausgeber des Philippine Journal of Science) Dr. Paul C. Freer, der ord. Professor der chemischen Technologie an der Handelshochschule Köln Dr. Hans Reitter.

Gesuche.

Promovierter Physiker

sucht baldigst **Stellung** als Hochschulassistent oder sonstigen passenden Wirkungskreis. Anfragen unter **U. A. 3058** an **Rudolf Mosse, Halle a. S.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



β-Strahlen des aktiven Niederschlags des Thoriums nach Durchdringen von

0,044 mm Aluminium

0 „ „

0,022 „ „

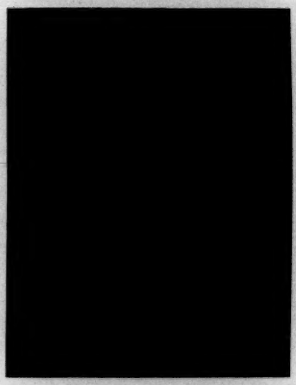


Fig. 3.

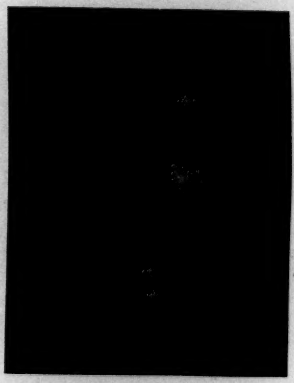


Fig. 4.